



Mathematik I für Biochemie, Molekulare Medizin, Lehramt

Vorlesung: Fr 12-14, O25/H1; Seminare: Di, 12-14, O25/H1 (BC); Mi, 16-18,
O25/H1 (MolMed); Do, 12-14, O25/346 (Lehramt)

Die Aufgaben wird im Seminar am 27./28./29.11.18 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übung 7: Endliche Summen

1. Aufgabe: Elementare Rechenregeln für Summen

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^m a = (m - n + 1)a \quad (1) \qquad \sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (3)$$

$$\sum_{i=n}^m (ka_i) = k \sum_{i=n}^m (a_i) \quad (2) \qquad \sum_{i=0}^n q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \quad (4)$$

- (i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.
- (ii) Versuchen Sie, allgemeine Beweise für die Gleichungen (1) - (4) zu finden.
- (iii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen ($q \neq 1; q \neq 0$) zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120} (2l + 3) \qquad \sum_{l=7}^n 3(8l + 5) \qquad \sum_{i=0}^m aq^i \qquad \sum_{i=1}^m aq^i \qquad \sum_{i=n}^m aq^i$$

- (iv) Welchen Sonderfall stellt $q = 1$ dar?

2. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

- (a) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^5 [(\nu + 1) - \nu]$$

- (b) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^5 [(\nu + 1)^2 - \nu^2]$$

- (c) Wenn sie das Prinzip aus (a) und (b) verstanden haben können sie nun ganz schnell folgende Summe ausrechnen

$$\sum_{\nu=1}^{99} [(\nu + 1)^2 - \nu^2]$$

(d) Was gilt nun wohl allgemein für

$$\sum_{\nu=1}^n [a_{(\nu+1)} - a_{\nu}]$$

3. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

Von einer arithmetischen Summe sind gegeben:

erster Summand = -54 , letzter Summand = 3 und die Summe = -510 . Wieviele Summanden kommen vor und welches ist die Differenz zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Summanden?

4. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

Berechnen sie folgende Doppelsummen

(a)

$$\sum_{\nu=0}^{n+1} \sum_{\mu=0}^n \mu^2 \nu$$

(b)

$$\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=0}^n (\mu + 1)$$

(c)

$$\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=0}^{\nu} 1$$

Hinweis: Vorsicht, die zweite Summe hängt von ν ab!

(d)

$$\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=\mu}^n 1$$

Hinweis: Vorsicht die zweite Summe hängt von μ ab! Was fällt ihnen beim Vergleich vom (c) und (d) auf?

5. Aufgabe: Geometrische Summe

Berechnen Sie den Summenwert folgender geometrischer Reihen:

(a) $4 + 2 + 1 + \dots + \frac{1}{2^{17}}$

(b) $-2 + 4 - 8 + \dots + 4096$

Wie ist in jedem Fall der Summewert wenn die Summe unendliche Terme beinhaltet?

6. Aufgabe: Quadratsumme

Berechnen Sie:

$$18^2 + 21^2 + 24^2 + 27^2 + 30^2 + \dots + 87^2$$