



Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1; Seminar: Mi, 8-12

Das Übungsblatt wird im Seminar am 13.02.19 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übung 15: Spezielle Integrale und Reelle Fkt. mehrerer Variablen

1. Aufgabe

Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx.$$

Skizzieren Sie die Funktion und interpretieren Sie das Integral als eine Fläche.

2. Aufgabe

(a) Drücken Sie das Integral

$$I = \int_0^{\infty} e^{-x^{10}} dx$$

durch die Gammafunktion $\Gamma(x)$ aus.

(b) Es gilt $\frac{1}{\Gamma(z)} = \sum_{k=1}^{\infty} c_k z^k$ $c_1 = 1$ $c_2 = 0.55721$ $c_3 = -0.656$

Berechnen Sie damit I auf zwei Nachkommastellen genau.

(c) Begründen Sie anschaulich, warum $I \approx 1$ sein muss.

3. Aufgabe

Die Fehlerfunktion ist als $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ definiert. Zeigen Sie dass:

$$\int_a^b e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \{\operatorname{erf}(b) - \operatorname{erf}(a)\}$$

Berechnen Sie damit und mit Hilfe der Lösung für $\operatorname{erf}(x)$ das Integral $\int_{0.1}^{0.2} e^{-x^2} dx$.
Hinweis: Benutzen Sie nur die zwei erste Terme von der Taylorreihe für $\operatorname{erf}(x)$.

4. Aufgabe

Berechnen sie die Ableitung $\frac{df}{dt}$ von

$$f(x, y) = e^x + \frac{2}{y}, \quad x = \ln t, \quad y = \frac{1}{t}$$

5. Aufgabe

Betrachten Sie die van der Waals Gleichung für das reale Gas $(p + \frac{an^2}{V^2})(V - nb) = nRT$.
Berechnen Sie $(\frac{\partial V}{\partial p})_T$, d.h. $\frac{\partial V}{\partial p}$ wenn T eine Konstant ist.

6. Aufgabe

Gegeben sei $Z = f(x, y) = y^3 - xy + x$. Durch welche Kurvenform wird die Höhenlinie $Z = 1$ dargestellt?
Skizzieren Sie die Höhenlinie.

7. Aufgabe

Wie groß ist die Wärmemenge, die für folgenden Prozess benötigt wird? Zunächst wird ein Mol eines idealen Gases bei konstantem Volumen von 300 K auf 500 K erwärmt. Anschließend wird das Volumen bei konstanter Temperatur von 75 l auf 150 l ausgedehnt.

Welche Wärmemenge wird benötigt, um das Gas zuerst auszudehnen, dann zu erwärmen?

Hinweis:

$$c_v = 12,5 \text{ J K}^{-1}, R = 8,3 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$dQ = C_v dT + \frac{nRT}{V} dV$$