Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität ulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1; Seminar: Mi, 8-12

Das Übungsblatt wird im Seminar am 14.11.18 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übung 5: Endliche Summen

1. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

(a) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^{5}[(\nu+1)-\nu]$$

(b) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^{5}[(\nu+1)^2-\nu^2]$$

(c) Wenn sie das Prinzip aus (a) und (b) verstanden haben können sie nun ganz schnell folgende Summe ausrechnen

$$\sum_{\nu=1}^{99}[(\nu+1)^2-\nu^2]$$

(d) Was gilt nun wohl allgemein für

$$\sum_{\nu=1}^{n}[a_{(\nu+1)}-a_\nu]$$

2. Aufgabe: Elementare Rechenregeln für Summen

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^{m} a = (m-n+1)a \qquad (1) \qquad\qquad \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad (3)$$

$$\sum_{i=n}^{m}(ka_i) = k\sum_{i=n}^{m}(a_i) \qquad (2) \qquad\qquad \sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{q^{n+1}-1}{q-1} \text{ für } q\neq 1; q\neq 0 \qquad (4)$$

(i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.

(ii) Versuchen Sie, allgemeine Beweise für die Gleichungen (1) - (4) zu finden.

(iii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen ($q \neq 1; q \neq 0$) zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120}(2l+3) \qquad \sum_{l=7}^{n}3(8l+5) \qquad \sum_{i=0}^{m}aq^i \qquad \sum_{i=1}^{m}aq^i \qquad \sum_{i=n}^{m}aq^i$$

(iv) Welchen Sonderfall stellt $q=1$ dar?

3. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

Berechnen Sie die folgenden Summen unter Verwendung der Ihnen bekannten Sätze:

$$\sum_{i=0}^{145} 1\ , \qquad \sum_{\text{Apfel}=4}^{33} \beta\ , \qquad \sum_{n=-5}^{5} 5\ , \qquad \sum_{m=0}^{12} \frac{c}{\sqrt{169}}\ , \qquad (1+2c+c^2)\sum_{p=1}^{b} \frac{1-c}{b+bc}\ , \qquad \sum_{n=1}^{3} 6\sqrt[n]{y}$$

4. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

Die folgenden Aufgabenteile sind voneinander abhängig und sollten in der angegebenen Reihenfolge bearbeitet werden:

(a) Berechnen Sie $\sum_{\nu=0}^{n} 1$ und $\sum_{\nu=0}^{n} \nu$.

(b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{\nu=0}^{n} \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(c) Berechnen Sie die endliche Summe

$$S_n = \sum_{\nu=0}^{n} [(\nu+1)^4 - \nu^4]$$

Hinweis: Teleskop-Summe $\sum_{\nu=0}^{n} [a_{\nu+1} - a_\nu] = a_{n+1} - a_0$

(d) Formen Sie S_n aus Aufgabenteil (c) um und bestimmen Sie a, b, c und d in der folgenden Formel (durch Gleichsetzen mit (c)):

$$S_n = \sum_{\nu=0}^{n} [a\nu^3 + b\nu^2 + c\nu + d]$$

Hinweis: Nun (c) ausmultiplizieren.

(e) Berechnen Sie die endliche Summe

$$\sum_{\nu=0}^{n} \nu^3 \quad .$$

Verwenden Sie hierbei die Teilergebnisse der vorhergehenden Aufgabenteile.

5. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

Berechenen sie folgende Doppelsummen

(a)

$$\sum_{\nu=0}^{n+1} \sum_{\mu=0}^{n} \mu^2 \nu$$

(b)

$$\sum_{\nu=0}^{n} \sum_{\mu=0}^{n} (\mu+1)$$

(c)

$$\sum_{\nu=0}^{n} \sum_{\mu=0}^{\nu} 1$$

Hinweis: Vorsicht, die zweite Summe hängt von ν ab!

(d)

$$\sum_{\mu=0}^{n} \sum_{\nu=\mu}^{n} 1$$

Hinweis: Vorsicht die zweite Summe hängt von μ ab! Was fällt ihnen beim Vergleich vom (c) und (d) auf?