Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität ulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik I für Biochemie, Molekulare Medizin, Lehramt

Vorlesung: Fr 12-14, O25/H1

Die Aufgaben wird im Seminar am 20./21.11.19 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übung 6: Lineare Algebra

1. Aufgabe: Optimierungsproblem mit Vektoren

Bestimmen Sie die Fläche des von den drei Vektoren aufgespannten Dreiecks:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Aufgabe: Einfache Vektorrechnung

In einer hügeligen Landschaft soll von Punkt P_1 über Punkt P_2 nach Punkt P_3 eine Hochspannungsleitung verlegt werden. Berechnen Sie die Leitungslänge L für die folgenden Koordinaten der Punkte:

$$P_1(0,0,12) \qquad P_2(12,-3,8) \qquad P_3(17,7,18)$$

Das Durchhängen der Leitungen bleibt bei der Rechnung unberücksichtigt.

3. Aufgabe: Vektoranalysis

Gegeben ist $(\vec{u}+\vec{v})\cdot\vec{w} = \vec{u}\cdot\vec{w} + \vec{v}\cdot\vec{w}$. Wenn

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix},$$

zeigen Sie dass $\vec{u}\cdot\vec{v} = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$

4. Aufgabe: Helix

Es sei folgende Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ t \end{pmatrix}; \quad t \,\epsilon\, [0, 6\pi]$$

im Raum gegeben. Berechnen Sie

(a) für jedes t den Abstand $a(t)$ der Kurve vom Punkt $\vec{x}(t=0)$,

(b) den Winkel α zwischen $\vec{x}$ und der $x-y-$Ebene und

(c) den Punkt Q der Kurve, der mit der $x-y-$Ebene den Winkel von 30° einschließt.

5. Aufgabe: Optimierungsproblem mit Vektoren

Die folgenden vier Punkte sind gegeben:

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad P_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad P_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

1. Bestimmen Sie beliebige Punkte zwischen der Strecke $\overline{P_1P_2}$ als Vektor mit Parameter t.
2. Berechnen Sie den Punkt P auf der Strecke $\overline{P_1P_2}$, der von den Punkten P_3 und P_4 gleich weit entfernt ist.

6. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

(a) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^{5}[(\nu+1)-\nu]$$

(b) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^{5}[(\nu+1)^2-\nu^2]$$

(c) Wenn sie das Prinzip aus (a) und (b) verstanden haben können sie nun ganz schnell folgende Summe ausrechnen

$$\sum_{\nu=1}^{99}[(\nu+1)^2-\nu^2]$$

(d) Was gilt nun wohl allgemein für

$$\sum_{\nu=1}^{n}[a_{(\nu+1)}-a_{\nu}]$$