



Mathematik I für Biochemie, Molekulare Medizin, Lehramt

Vorlesung: Fr 12-14, O25/H1

Die Aufgaben wird im Seminar am 27./28.11.19 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übung 7: Endliche Summen

1. Aufgabe: Elementare Rechenregeln für Summen

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^m a = (m - n + 1)a \quad (1) \qquad \sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (3)$$

$$\sum_{i=n}^m (ka_i) = k \sum_{i=n}^m (a_i) \quad (2) \qquad \sum_{i=0}^n q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \quad (4)$$

- (i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.
- (ii) Versuchen Sie, allgemeine Beweise für die Gleichungen (1) - (4) zu finden.
- (iii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen ($q \neq 1; q \neq 0$) zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120} (2l + 3) \qquad \sum_{l=7}^n 3(8l + 5) \qquad \sum_{i=0}^m aq^i \qquad \sum_{i=1}^m aq^i \qquad \sum_{i=n}^m aq^i$$

- (iv) Welchen Sonderfall stellt $q = 1$ dar?

2. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

Die folgenden Aufgabenteile sind voneinander abhängig und sollten in der angegebenen Reihenfolge bearbeitet werden:

- (a) Berechnen Sie $\sum_{\nu=0}^n 1$ und $\sum_{\nu=0}^n \nu$.
- (b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{\nu=0}^n \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- (c) Berechnen Sie die endliche Summe

$$S_n = \sum_{\nu=0}^n [(\nu+1)^4 - \nu^4]$$

Hinweis: Teleskop-Summe $\sum_{\nu=0}^n [a_{\nu+1} - a_{\nu}] = a_{n+1} - a_0$

(d) Formen Sie S_n aus Aufgabenteil (c) um und bestimmen Sie a, b, c und d in der folgenden Formel (durch Gleichsetzen mit (c)):

$$S_n = \sum_{\nu=0}^n [a\nu^3 + b\nu^2 + c\nu + d]$$

Hinweis: Nun (c) ausmultiplizieren.

(e) Berechnen Sie die endliche Summe

$$\sum_{\nu=0}^n \nu^3 \quad .$$

Verwenden Sie hierbei die Teilergebnisse der vorhergehenden Aufgabenteile.

3. Aufgabe: Arithmetische Summen

Von einer arithmetischen Summe sind gegeben:

erster Summand = -54 , letzter Summand = 3 und die Summe = -510 . Wieviele Summanden kommen vor und welches ist die Differenz zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Summanden?

4. Aufgabe: Geometrische Summen

Berechnen Sie:

$$T_N = \sum_{\nu=1}^{2N} (-1)^{2\nu} \binom{N+1}{N-1} \binom{\nu}{\nu-1}$$

5. Aufgabe: Quadratische Summen

Berechnen Sie:

$$18^2 + 21^2 + 24^2 + 27^2 + 30^2 + \dots + 87^2$$

6. Aufgabe (Zusatz zum Üben): Berechnen endlicher Summen

Berechnen Sie die folgenden Summen unter Verwendung der Ihnen bekannten Sätze:

$$\sum_{i=0}^{145} 1, \quad \sum_{\text{Apfel}=4}^{33} \beta, \quad \sum_{n=-5}^5 5, \quad \sum_{m=0}^{12} \frac{c}{\sqrt{169}}, \quad (1 + 2c + c^2) \sum_{p=1}^b \frac{1-c}{b+bc}, \quad \sum_{n=1}^3 6 \sqrt[n]{y}$$