



Mathematik I für Biochemie, Molekulare Medizin, Lehramt

Vorlesung: Fr 12-14, O25/H1

Die Aufgaben wird im Seminar am 18./19.12.19 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übung 10: Komplexe Zahlen und Trigonometrische Funktionen

1. Aufgabe: Winkelbestimmung mittels trigonometrischer Relationen

Der Cosinuswert zum Winkel $\alpha = 45^\circ$ beträgt $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Berechnen Sie mit Hilfe des Additionstheorems für die Cosinusfunktion und der Identität $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ die Cosinuswerte zu den Winkeln $\alpha = 22,5^\circ$ und $\alpha = 11,25^\circ$.

Hinweis: Leiten Sie zunächst eine allgemeine Formel her, in der nur $\cos \alpha$ und $\cos 2\alpha$ vorkommen und lösen Sie diese nach $\cos \alpha$ auf.

2. Aufgabe: Definitions- und Wertebereich elementarer Funktionen

Skizzieren Sie die folgenden Funktionen **ohne** Zuhilfenahme elektronischer Mittel, für den Definitionsbereich $[-2\pi, 2\pi]$.

$$(a) f(x) = \ln(\sin x) \qquad (b) f(x) = \ln(\tan x)$$

3. Aufgabe: Definitions- und Wertebereich trigonometrischer Funktionen

Zeichnen Sie die folgenden Funktionen (Tip: Zerlegen Sie die Funktionen in einfachere "Grundfunktionen") und bestimmen Sie den Definitions- und Wertebereich. Sind die Funktionen gerade, ungerade oder besitzen sie keine dieser Symmetrien?

$$(a) h(x) = \arccos\left(\frac{1}{|x|}\right) \qquad (b) k(x) = \arcsin(x^2)$$

4. Aufgabe: Beweis einiger trigonometrischer Relationen

Zeigen Sie

$$(a) \sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \qquad (b) \cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$
$$(c) \sin(3\alpha) = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha \qquad (d) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

Hinweis: Benutzen Sie die Additionstheoreme. In (c) und (d) können sie (a) und (b) verwenden.

5. Aufgabe: Beweis einiger trigonometrischer Relationen

Beweisen Sie

$$(a) \quad \tan(2\alpha) = \frac{2}{\cot \alpha - \tan \alpha} \qquad (b) \quad \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

Hinweis: Benutzen Sie die Additionstheoreme.

Wir wünschen allen Studierenden Frohe Weihnachten und
einen Guten Rutsch ins neue Jahr!