Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität ulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik I für Biochemie, Molekulare Medizin, Lehramt

Vorlesung: Fr 12-14, O25/H1

Die Aufgaben wird im Seminar am 22./23.01.20 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übung 13: Reelle Funktionen

1. Aufgabe: Umkehrfunktionen

Wie lautet die implizite Form der folgenden Funktionen? Bestimmen Sie jeweils den maximalen Definitions- und den Wertebereich. In welchen Bereichen sind die Funktionen umkehrbar? Ermitteln Sie, gegebenenfalls für einzelne Abschnitte einer Funktion, die Umkehrfunktion.

a) $y = e^{-2x}$

b) $y = \frac{1}{x}$

c) $y = \frac{1}{x^2}$

d) $y = (x-2)^2 + 3$

2. Aufgabe: Exponentialfunktion

Betrachten Sie eine Konzentrationsfunktion als:

$$C(t) = \frac{k}{a-b}(e^{-bt} - e^{-at})$$

mit positiven Konstanten a, b und k.
(a) Wann ist die Konzentration ein Maximum?
(b) Welche ist die Konzentration für eine bestimmte lange Zeit?

3. Aufgabe: Definitions- und Wertbereich elementarer Funktionen

Bestimmen Sie von den folgenden Funktionen den Definitions- und Wertebereich. Sind die Funktionen gerade, ungerade oder besitzen sie keine Symmetrie? Skizzieren Sie die Funktionen **ohne** Zuhilfenahme elektronischer Mittel.

(a) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ (b) $g(x) = \ln(e^{x^2} - e)$

4. Aufgabe: Newton-(Raphson)-Verfahren

Das Newton-Verfahren ist eine numerische Methode um Nullstellen nichtlinearer Polynome zu bestimmen, z.B. $c_n x^n + .. + c_1 x + c_0 = 0$. Man verwendet dabei die Taylorsche Formel und entwickelt $f(x)$ an einer Stelle a, d.h. $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$. Nun löst man das linearisierte Nullstellen-Problem:

$$0 = f(a) + f'(a)(x-a) \qquad \Rightarrow \quad x = a - \frac{f(a)}{f'(a)} \quad .$$

x ist im Allgemeinen eine bessere Näherung als a. Das Newton-Verfahren:

$$x_0 := a \quad , \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad .$$

So kann man iterativ ($x_0 \Rightarrow x_1 \Rightarrow x_2 \Rightarrow x_3$ ...) immer genauere Lösungen für das Nullstellen-Problem finden. Berechnen sie mit dem Newton-Verfahren in 3 Iterationsschritten (d.h. x_3) die Nullstellen von $f(x) = x^2 - 3$. Starten sie einmal mit $x_0 = -1$, und einmal mit $x_0 = 1$. Berechnen sie das Ergebnis $f(x) = 0$ mit Mitternachtsformel und Taschenrechner und vergleichen sie die Ergebnisse.