



Mathematik I für Biochemie, Molekulare Medizin, Lehramt

Vorlesung: Fr 12-14, O25/H1

Die Aufgaben wird im Seminar am 29./30.01.20 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übung 14: Grenzwerte

1. Aufgabe: Gebrochen rationale Funktionen

Ermitteln sie Polstellen, Asymptoten und den maximalen Definitionsbereich folgender Funktionen:

$$(a) f(x) = \frac{x^2 - x - 21}{2x^3 - x^2 + 8x - 4} \quad (b) f(x) = \frac{5x^3 - 3x^2 + 7x - 3}{(x^2 + 1)^2}$$

2. Aufgabe: Grenzwerte

Berechnen Sie mit Hilfe bekannter Grenzwerte und den Rechenregeln für Grenzwerte:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 7}{1 - 4x^2} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos^2(x)}{x} \ln(x)$$

3. Aufgabe: Grenzwerte

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1^-} (1-x)^{\ln x}$$
$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x} \quad (d) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{\frac{1}{x^2}}$$

4. Aufgabe: Grenzwerte: Polynome versus Exp-/Log-Funktionen

Beweisen Sie, dass die angegebenen Funktionen in dem jeweiligen Limes den Grenzwerte 0 besitzen:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} x^k e^{-\alpha x} = 0, \quad \alpha, k > 0 \quad (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-\alpha} \ln x = 0, \quad \alpha > 0 \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \ln x = 0, \quad \alpha > 0$$

Welche allgemeine Regel kann man aus den drei Beispielen ablesen?

Hinweis: Regel von l'Hospital verwenden

5. Aufgabe: Regel von l'Hospital

Verwenden Sie die Regel von l'Hospital um die folgenden Grenzwerte zu berechnen:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right) \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$$