



# Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1

Das Übungsblatt wird im Seminar am 28./30.10.19 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

## Übung 3: Lineare Algebra

### 1. Aufgabe: Parallelverschiebung von Vektoren

Bestimmen Sie die Komponenten und den Betrag des Vektors  $\vec{v}$  der durch die Punkte  $A(1, 2, 3)$  und  $B(1, 0, -2)$  geht. Verschieben Sie diesen Vektor im Raum, sodass  $D(1, 3, -3)$  neuer Endpunkt ist. Wie lautet nun der Anfangspunkt  $C$  des Vektors?

### 2. Aufgabe: Parallele und Orthogonale Vektoren

Gegeben ist der Vektor:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

1. Berechnen Sie einen Einheitsvektor  $\vec{b}$ , der parallel zu  $\vec{a}$  ist.
2. Berechnen Sie einen Einheitsvektor  $\vec{c}$ , der senkrecht zu  $\vec{a}$  ist.

### 3. Aufgabe: Länge eines Vektors

Bestimmen Sie den Vektor  $\vec{x}$  und berechnen Sie dessen Länge.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

### 4. Aufgabe: Einfache Vektorrechnung

Bestimmen Sie den Vektor  $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$ , wobei gilt:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

### 5. Aufgabe: Skalarprodukt

Gegeben ist das Skalarprodukt  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 42$ . Schlagen Sie fünf verschiedene Kombinationen von  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  vor, damit das Skalarprodukt dieses Ergebnis ergibt.

## 6. Aufgabe: Orthogonale Vektoren

Bestimmen Sie für die Vektoren  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  die Unbekannte  $k$  so, dass die Vektoren orthogonal sind.

$$\begin{aligned}\vec{u} &= -2\vec{e}_1 + (4-k)\vec{e}_2 + (k+1)\vec{e}_3 & \text{und} \\ \vec{v} &= 3k\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + (k-1)\vec{e}_3\end{aligned}$$

## 7. Aufgabe: Winkel zwischen Vektoren

Für diese Aufgabe dürfen Sie einen Taschenrechner benutzen.

Es sollen die Winkel zwischen den Atomen in  $AB_3$ -Molekülen bestimmt werden. Dazu wird besagtes Molekül so in ein Koordinatensystem gelegt, dass sich für die Atome folgende Koordinaten ergeben:

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_A \end{pmatrix}; \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad B_2 = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}; \quad B_3 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Fertigen Sie eine Skizze.

- (a) Bestimmen Sie die Winkel  $\angle(BAB)$  für ein planares  $AB_3$ -Molekül - also  $A \in xy$ -Ebene  $\rightarrow z_A = 0$ .

Nun soll das Atom A nicht mehr in der  $xy$ -Ebene liegen:

- (b) Bestimmen Sie  $\angle(BAB)$  für  $z_A = 1$ .
- (c) (**Zusatz**) Aus Messungen ist der Winkel  $\angle(BAB)$  bekannt, er beträgt  $93,5^\circ$ . Bestimmen Sie  $z_A$ .

## 8. Aufgabe: Spatprodukt

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

1. Wie groß ist die von den Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  aufgespannte Fläche?
2. Berechnen Sie das Volumen des von den drei Vektoren aufgespannten Spats.

## 9. Aufgabe: (Zusatz)

Gegeben sind die Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{3}{5} \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie  $((\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c})$  einmal direkt und einmal mit dem Entwicklungssatz.
- (b) Bestimmen Sie den Winkel unter dem sich  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  schneiden.
- (c) Bestimmen Sie einen Vektor, der senkrecht auf der von  $\vec{d}$  und  $((\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c})$  aufgespannten Ebene steht. Wie können sie ihr Ergebnis überprüfen?

**Da die Übung am Freitag den 1.11 ausfällt, können Betroffene ausnahmsweise die Übung Mi. von 8-10 in H22 besuchen oder bekommen die Lösungen in der darauffolgenden Übung (8.11)**