Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität uulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1

Das Übungsblatt wird im Seminar am 04./06./08.11.19 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übung 4: Lineare Algebra und Endliche Summen

1. Aufgabe: Entwicklungssatz

Gegeben sind die Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Überprüfen Sie die Gültigkeit des Entwicklungssatz $\vec{a} \times \left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = \vec{b}\,(\vec{a} \odot \vec{c}) - \vec{c}\left(\vec{a} \odot \vec{b}\right)$ anhand dieses Beispiels.

2. Aufgabe: Helix

Es sei folgende Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ t \end{pmatrix}; \quad t \in [0, 6\pi]$$

im Raum gegeben. Berechnen Sie
(a) für jedes t den Abstand $a(t)$ der Kurve vom Punkt $\vec{x}(t=0)$,
(b) den Winkel α zwischen $\vec{x}$ und der $x-y-$Ebene und
(c) den Punkt Q der Kurve, der mit der $x-y-$Ebene den Winkel von 30° einschließt.

3. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

(a) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^{5}[(\nu+1)-\nu]$$

(b) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^{5}[(\nu+1)^2-\nu^2]$$

(c) Wenn sie das Prinzip aus (a) und (b) verstanden haben können sie nun ganz schnell folgende Summe ausrechnen

$$\sum_{\nu=1}^{99}[(\nu+1)^2-\nu^2]$$

(d) Was gilt nun wohl allgemein für

$$\sum_{\nu=1}^{n}[a_{(\nu+1)}-a_\nu]$$

4. Aufgabe: Elementare Rechenregeln für Summen

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^{m} a = (m-n+1)a \qquad (1)$$

$$\sum_{i=n}^{m}(ka_i) = k\sum_{i=n}^{m}(a_i) \qquad (2)$$

$$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad (3)$$

$$\sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{q^{n+1}-1}{q-1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \qquad (4)$$

(i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.

(ii) Versuchen Sie, allgemeine Beweise für die Gleichungen (1) - (4) zu finden.

(iii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen ($q \neq 1; q \neq 0$) zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120}(2l+3) \qquad \sum_{l=7}^{n}3(8l+5) \qquad \sum_{i=0}^{m}aq^i \qquad \sum_{i=1}^{m}aq^i \qquad \sum_{i=n}^{m}aq^i$$

(iv) Welchen Sonderfall stellt $q=1$ dar?

5. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

Berechnen Sie die folgenden Summen unter Verwendung der Ihnen bekannten Sätze:

$$\sum_{i=0}^{145}1\ , \quad \sum_{\text{Apfel}=4}^{33}\beta\ , \quad \sum_{n=-5}^{5}5\ , \quad \sum_{m=0}^{12}\frac{c}{\sqrt{169}}\ , \quad (1+2c+c^2)\sum_{p=1}^{b}\frac{1-c}{b+bc}\ , \quad \sum_{n=1}^{3}6\sqrt[n]{y}$$