



Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1

Das Übungsblatt wird im Seminar am 11./13./15.11.19 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übung 5: Endliche Summen und Fakultäten

1. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

Die folgenden Aufgabenteile sind voneinander abhängig und sollten in der angegebenen Reihenfolge bearbeitet werden:

(a) Berechnen Sie $\sum_{\nu=0}^n 1$ und $\sum_{\nu=0}^n \nu$.

(b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{\nu=0}^n \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(c) Berechnen Sie die endliche Summe

$$S_n = \sum_{\nu=0}^n [(\nu+1)^4 - \nu^4]$$

Hinweis: Teleskop-Summe $\sum_{\nu=0}^n [a_{\nu+1} - a_{\nu}] = a_{n+1} - a_0$

(d) Formen Sie S_n aus Aufgabenteil (c) um und bestimmen Sie a, b, c und d in der folgenden Formel (durch Gleichsetzen mit (c)):

$$S_n = \sum_{\nu=0}^n [a\nu^3 + b\nu^2 + c\nu + d]$$

Hinweis: Nun (c) ausmultiplizieren.

(e) Berechnen Sie die endliche Summe

$$\sum_{\nu=0}^n \nu^3$$

Verwenden Sie hierbei die Teilergebnisse der vorhergehenden Aufgabenteile.

2. Aufgabe: Berechnen endlicher Summen

Berechnen sie folgende Doppelsummen

(a)

$$\sum_{\nu=0}^{n+1} \sum_{\mu=0}^n \mu^2 \nu$$

(b)

$$\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=0}^n (\mu + 1)$$

(c)

$$\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=0}^{\nu} 1$$

Hinweis: Vorsicht, die zweite Summe hängt von ν ab!

(d)

$$\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=\mu}^n 1$$

Hinweis: Vorsicht die zweite Summe hängt von μ ab! Was fällt ihnen beim Vergleich vom (c) und (d) auf?

3. Aufgabe: Arithmetische Summen

Von einer arithmetischen Summe sind gegeben:

erster Summand = -54 , letzter Summand = 3 und die Summe = -510 . Wieviele Summanden kommen vor und welches ist die Differenz zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Summanden?

4. Aufgabe: Geometrische Summen

Berechnen Sie:

$$T_N = \sum_{\nu=1}^{2N} (-1)^{2\nu} \binom{N+1}{N-1} \binom{\nu}{\nu-1}$$

5. Aufgabe: Quadratische Summen

Berechnen Sie:

$$18^2 + 21^2 + 24^2 + 27^2 + 30^2 + \dots + 87^2$$

6. Aufgabe: Fakultäten

$1000!$ ist eine extreme große Zahl: $1000! \sim 4,023 \cdot 10^{2567}$.

Man kann auch sie als $1000! = M \cdot 10^x = 4023 \cdot \dots \cdot 0000$ schreiben wobei x die Zahl von Nulle bezeichnet.

Finden Sie x ohne einen Taschenrechner zu benutzen.

7. Aufgabe: Vereinfachen von Fakultäten

Vereinfachen Sie soweit wie möglich

$$(a) \quad \frac{(2n+4)!(n-2)!}{(n+2)!(2n+2)!} \qquad (b) \quad \frac{\binom{n}{n-3}}{\binom{n-1}{n-2}}$$

8. Aufgabe: Stirlingsche Formel

Wir betrachten für N und t ($1 \ll t \ll N$)

$$g(N, t) = \frac{N!}{t! (N-t)!}$$

- (a) Nähern Sie $\ln N!$, $\ln t!$ und $\ln(N-t)!$ mit der einfacheren Version der Stirlingschen Formel $\ln(n!) \simeq n \ln n - n$.
- (b) Berechnen Sie damit $\ln g(N, t)$.
- (c) Bestimmen Sie die genäherte Formel von $g(N, t)$.