



Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1

Das Übungsblatt wird im Seminar am 25./27./29.11.19 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

Übung 7: Polarkoordinaten und Komplexe Zahlen

1. Aufgabe: Kugelkoordinaten, St. Petersburg

- (a) Bestimmen Sie den Erdradius r aus dem Erdumfang U .
(b) Geben Sie die Lage von St. Petersburg in kartesischen Koordinaten an.

Hinweis: Wählen Sie das kartesische Koordinatensystem so, dass die x-Achse in Richtung von Länge 0° und Breite 0° , die y-Achse in Richtung Länge 90° Ost und Breite 0° und die z-Achse in Richtung von Breite 90° Nord zeigen. Der Erdumfang U beträgt etwa 40000 km und St. Petersburg liegt ungefähr bei Längengrad 30° Ost und Breitengrad 60° Nord. Um die kartesischen Koordinaten zu berechnen, benötigen Sie einen Taschenrechner. Zum Berechnen der Trigonometrischen Funktionen benötigen Sie **keinen** Taschenrechner. Geben Sie die Strecken mit 1 km Genauigkeit an.

2. Aufgabe (Zusatz zum Üben): Polarkoordinaten

Auf einer Uhr befinde sich der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des Ziffernblatts. Die Spitze des einen Zeigers hat dann die Koordinaten $(0,8604/1,2287)$, die des anderen $(1,7321/1,0000)$. Einige Zeit später steht die Spitze eines Zeigers auf den Koordinaten $(1,000/1,7321)$, die des anderen auf $(1,3305/0,6926)$. Wie viel Zeit ist vergangen, wenn die Uhr normal läuft? (Taschenrechner erlaubt)

3. Aufgabe: Rechnen mit komplexen Zahlen

Berechnen Sie folgende Ausdrücke

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & (4 - 2i) + (-6 + 5i)^* \\ \text{(b)} & [(3 - 2i)(1 + 3i)]^* \\ \text{(c)} & |3 - 4i||4 + 3i| \\ \text{(d)} & \left| \frac{1}{1 + 3i} - \frac{1}{1 - 3i} \right| \end{array}$$

4. Aufgabe: Rechnen mit komplexen Zahlen

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen und stellen Sie ihr Ergebnis in der Form $z = a + ib$ dar.

$$\text{(a)} \quad z = \frac{(2 - i)(3 + i)}{(i - 1)} \quad \text{(b)} \quad z = \frac{(2 + i)^2}{(2 - i)^2}$$

5. Aufgabe: Rechnen mit komplexen Zahlen

Gegeben sei $z_1 = \sqrt{3}i + \sqrt{6}$, $z_2 = \frac{3}{5} + \frac{i}{5}$ and $z_3 = i^2$. Berechnen Sie

- (a) z_1^2 (b) $|z_1|^2$
(c) $\frac{(z_2 - z_3)(z_2 + z_3)}{z_2^2 - z_3^2}$ (d) $z_2^* - z_3^*$
(e) $|z_1 \cdot z_2|$ (f) $|z_1| \cdot |z_2|$.

6. Aufgabe: Darstellung komplexer Zahlen

- (a) Berechnen Sie z^2 , z^3 und z^4 für $z = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$.
(b) Stellen Sie die folgenden vier Punkte in der komplexen Ebene grafisch dar:

$$P_1 = (\operatorname{Re}[z], \operatorname{Im}[z]) \quad P_2 = (\operatorname{Re}[z^2], \operatorname{Im}[z^2]) \quad P_3 = (\operatorname{Re}[z^3], \operatorname{Im}[z^3]) \quad P_4 = (\operatorname{Re}[z^4], \operatorname{Im}[z^4])$$

7. Aufgabe: Eulersche Formel

Berechnen Sie mit Hilfe der Eulerschen Formel

- (a) $z = (1 - i)^8$ (b) $z = (1 + i)^6$

8. Aufgabe: Eulersche Formel

Gegeben sei die komplexe Zahl $z = \frac{\pi^2}{2}(1 + i\sqrt{3})$. Berechnen Sie $\operatorname{Im}(e^{\sqrt{z}})$.