Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität uulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1

Das Übungsblatt wird im Seminar am 23.12.19/08./10.01.20 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übung 11: Folgen und Reihen - Taylor

1. Aufgabe

Gegeben ist:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots = \ln 2 \tag{1}$$

Probieren Sie ob die Reihen $P_1 = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \cdots$ und $N_1 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} - \cdots$ konvergieren. Bestimmen Sie den Konvergenzradius.

2. Aufgabe

(a) Berechnen Sie die Taylorreihe von $\cos(x)$ um Punkt 0.

(b) Berechnen Sie $\cos(1)$ durch eine Taylorentwicklung um $x_0 = \frac{\pi}{3}$ bis zur 2. Ordnung. Verwenden Sie dafür $\frac{\pi}{3} = 1.047$ und $\sqrt{3} = 1.73$. In $\cos(1)$ der Winkel ist in Radian Einheiten.

3. Aufgabe

Bestimmen Sie mit dem Verfahren des unbestimmten Ansatzes die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \sqrt{1 + x + x^2}$ an der Stelle $x_0 = 0$ bis zur dritten Ordnung (einschließlich).

4. Aufgabe

Bestimmen Sie mit dem Verfahren des unbestimmten Ansatzes die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \arcsin x$ an der Stelle $x_0 = 0$ bis zur fünften Ordnung (einschließlich). Verwenden Sie Symmetrie Eigenschaften der arcsin Funktion. Bemerken Sie auch, dass diese eine ungerade Funktion ist.

5. Aufgabe

Berechnen Sie $\int e^{-x^2}$ durch:
(a) Reihe für e^{-x^2} aus $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2!} + \cdots$
(b) Taylor Reihenentwicklung um $x_0 = 0$

6. Aufgabe

Bestimmen Sie die Taylorentwicklung folgender Funktionen um x_0 bis zur Ordnung n ohne die Funktionen abzuleiten. Verwenden Sie die im Skript angegebenen bekannten Taylorreihen.

(a) $f(x) = e^{-2x^2}, \quad x_0 = 0, \quad n = 8$

(b) $g(x) = \cos^2(x), \quad x_0 = 0, \quad n = 5$

(c) $h(x) = \dfrac{1}{1-x}, \quad x_0 = -2, \quad n = 3$

(d) $i(x) = \sqrt{16+x}, \quad x_0 = 0, \quad n = 2$

Bestimmen Sie mit Hilfe der Näherung aus (d) $\sqrt{17}$ und vergleichen Sie ihr Ergebniss mit dem des Taschenrechners.
Warum kann man nicht einfach $x = 16$ in die Taylorreihe von $\sqrt{1+x}$ einsetzen? Wie lautet der Ansatz zur Näherung von $\sqrt{147}$?