



# Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1

Das Übungsblatt wird im Seminar am 27./29./31.01.20 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/> heruntergeladen werden.

## Übung 14: Spezielle Integrale. - Fkt. mehrerer Variablen

### 1. Aufgabe

(a) Drücken Sie das Integral

$$I = \int_0^{\infty} e^{-x^{10}} dx$$

durch die Gammafunktion  $\Gamma(x)$  aus.

(b) Es gilt  $\frac{1}{\Gamma(z)} = \sum_{k=1}^{\infty} c_k z^k$   $c_1 = 1$   $c_2 = 0.55721$   $c_3 = -0.656$

Berechnen Sie damit I auf zwei Nachkommastellen genau.

(c) Begründen Sie anschaulich, warum  $I \approx 1$  sein muss.

### 2. Aufgabe

Die Fehlerfunktion ist als  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  definiert. Zeigen Sie dass:

$$\int_a^b e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \{\operatorname{erf}(b) - \operatorname{erf}(a)\}$$

Berechnen Sie damit und mit Hilfe der Lösung für  $\operatorname{erf}(x)$  das Integral  $\int_{0.1}^{0.2} e^{-x^2} dx$ .

Hinweis: Benutzen Sie nur die zwei erste Terme von der Taylorreihe für  $\operatorname{erf}(x)$ .

### 3. Aufgabe

Berechnen sie die Ableitung  $\frac{df}{dt}$  von

$$f(x, y) = e^x + \frac{2}{y}, \quad x = \ln t, \quad y = \frac{1}{t}$$

### 4. Aufgabe

Betrachten Sie die van der Waals Gleichung für das reale Gas  $(p + \frac{an^2}{V^2})(V - nb) = nRT$ .

Berechnen Sie  $(\frac{\partial V}{\partial p})_T$ , d.h.  $\frac{\partial V}{\partial p}$  wenn  $T$  eine Konstant ist.

## 5. Aufgabe

Gegeben sei  $Z = f(x, y) = y^3 - xy + x$ . Durch welche Kurvenform wird die Höhenlinie  $Z = 1$  dargestellt? Skizzieren Sie die Höhenlinie.

## 6. Aufgabe

Gegeben sei  $Z = f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$ . Wie sehen die Höhenlinien aus? Wie gross ist die Höhenlinie vom  $Z = 2$ ?

## 7. Aufgabe

Wie groß ist die Wärmemenge, die für folgenden Prozess benötigt wird? Zunächst wird ein Mol eines idealen Gases bei konstantem Volumen von 300 K auf 500 K erwärmt. Anschließend wird das Volumen bei konstanter Temperatur von 75 l auf 150 l ausgedehnt.

Welche Wärmemenge wird benötigt, um das Gas zuerst auszudehnen, dann zu erwärmen?

Hinweis:

$$c_v = 12,5 \text{ J K}^{-1}, R = 8,3 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$dQ = C_v dT + \frac{nRT}{V} dV$$