Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

ulm university universität ulm

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
David Mahlberg

Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie

Vorlesung: Mo u. Do, 12-14, O25/H1

Das Übungsblatt wird im Seminar am 03./05./07.02.20 als Präsenzübung bearbeitet

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/nawi/nawi-theochemie/lehre/` heruntergeladen werden.

Übung 15: Reelle Funktionen mehrerer Variabler

1. Aufgabe

Berechnen Sie den Grenzwert folgende Funktion, falls er existiert.

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{y^2}{x^2+y^2-1}$$

2. Aufgabe

Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

$$\text{a)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x \sin x} \qquad \text{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} \qquad \text{c)}\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin^{42} x}{x^{42}}$$

Hinweis zu c): L'Hospital wäre hier eine schlechte Idee. Warum? Verwenden Sie stattdessen das Ergebnis von b).

3. Aufgabe

Berechnen Sie folgende partielle Ableitungen:

(a) $\frac{\partial^3}{\partial y \partial z^2}[\sin(e^{x+y}) + z^2 y^3 x^4]$

(b) $\frac{\partial^2}{\partial y \partial x}[\sin(e^{x+y}) + z^2 y^3 x^4]$

(c) $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

(d) $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

(e) $\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}\bigg|_{(x,y)=(0,0)}$

(f) $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}\bigg|_{(x,y)=(0,0)}$

4. Aufgabe

Untersuchen Sie, ob totale Differentiale vorliegen:

(a) $dz = (\sin y - y\cos x)dx + (x\cos y - \sin x)dy$

(b) $dz = y\cos(xy)dx + (x\cos(xy) + 2y)dy$

(c) $dz = x^{xy} y(1+\ln x)dx + x^{xy} x \ln x dy$

5. Aufgabe

Zeigen Sie, dass das Differential $\delta G = 3xy^2dx + 2x^2ydy$ kein totales Differential ist. Geben Sie einen integrierenden Faktor $\lambda(x, y)$ so an, dass $\lambda(x, y)\delta G$ ein totales Differential wird.
Hinweis: Als Ansatz können Sie $\lambda(x, y) = x^n \cdot y^m$ verwenden.

6. Aufgabe

Berechnen Sie durch explizite Differentiation die Taylorentwicklung der Funktion $f(x, y) = \sin(x^2 + y)$ um $(0, 0)$ bis zur 2. Ordnung. Vergleichen Sie das Resultat mit der Taylorentwicklung, die sie durch Einsetzen in die bekannte Reihe von $\sin(x)$ erhalten.

7. Aufgabe

Gesucht ist das maximale Volumen eines Quaders, der sich in einer Kugel mit dem Radius $r = 1$ befindet.
Hinweis: Das Volumen $V = 2x \cdot 2y \cdot 2z$ soll maximiert werden. $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$ ist die Nebenbedingung.