ulm university universität uulm

Institut für Theoretische Chemie
Prof. Dr. Gerhard Taubmann
Dr. Yoshihiro Gohda

Mathematik für Chemiker II

Übungsblatt Nr. 5
Fr. 01.06.2007 ab 11:00

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` heruntergeladen werden.

Aufgabe 1: *Lineare inhomogene gewöhnliche Differentialgleichung 1ter Ordnung IV: Reaktion 1ter Ordnung* [4pt]

Bei einer Reaktion $A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C$, bei der k_1 und k_2 Geschwindigkeitskonstanten sind, folgt die Konzentration von B c_B folgender Ratengleichung

$$\frac{dc_B}{dt} = -k_2 c_B + k_1 c_A^0 e^{-k_1 t},$$

wobei c_A^0 die Anfangskonzentration von A ist. Bestimmen Sie c_B als Funktion der Zeit t mit der Anfangsbedingung $c_B^0 = 0$ für die folgenden Konditionen: a) $k_2 > k_1$; b) $k_2 = k_1$.

Aufgabe 2: *Lineare gewöhnliche Differentialgleichung 2ter Ordnung I: Snapshot der Welle* [4pt]

Wir betrachten die folgende Differentialgleichung, die eine Wellenform bestimmt:

$$\frac{d^2}{dx^2}u(x) = -k^2 u(x)$$

Hierbei ist k eine positive Konstante, die die Wellenzahl genannt wird. Bestimmen Sie davon
a) die allgemeine Lösung sowie
b) die Lösung mit den Anfangsbedingungen (im mathematischen Sinn) $u(0) = u_0$, $u'(0) = 0$,
c) die Lösung mit den Randbedingungen $u(0) = u(\pi/2k) = u_0$, und
d) die Lösung mit den Randbedingungen $u(0) = u(2\pi/k) = 0$.
Bemerkung: In d) hat die Lösung noch eine unbestimmte Konstante.

Aufgabe 3: *Lineare gewöhnliche Differentialgleichung 2ter Ordnung II:* [3pt]

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser linearen Differentialgleichungen.

$$\begin{aligned} &\text{a)} \qquad y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = e^{-3x} \\ &\text{b)} \qquad y'' + 4y' + 4y = 9e^{-2x} \end{aligned}$$

Aufgabe 4: *Lineare inhomogene gewöhnliche Differentialgleichung 2ter Ordnung III* [3pt]

Lösen Sie die folgende Differentialgleichung unter Beachtung der Anfangsbedingungen.

$$y'' - y' - 2y = 4x^2 + 3e^{-x} \qquad y(0) = 0; \quad y'(0) = 0$$