Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
Christian Mosch
Sebastian Schnur

Mathematische Methoden II für Biochemie und Molekulare Medizin
Mi 13-15 N25/568 (BioChem), Mi 14-16 N24/131 (MolMed)
Übungsblatt 6, verteilt 23.5.2007, Übung 6.6.2007

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` heruntergeladen werden.

Aufgabe 1: *Lineare inhomogene gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung*

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

$$\text{(a)}\quad x^2y' - 2xy = \frac{1}{x} \qquad \text{(b)}\quad \dot{x}(t) + x(t) = \sin(t) \qquad \text{(c)}\quad y' + 2xy = 4x$$

Aufgabe 2: *Lineare inhomogene gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung mit Anfangswert*

Bestimmen Sie die allgemeine sowie die partikuläre Lösung der folgenden Differentialgleichung durch den gegebenen Punkt P(x,y) = (0,2):

$$y' + xy = 2xe^{-x^2}$$

Aufgabe 3: *Lineare inhomogene gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung: Reaktion 1ter Ordnung*

Bei einer Reaktion $A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C$ mit den Geschwindigkeitskonstanten k_1 und k_2 folgt die Konzentration c_B folgender Ratengleichung

$$\frac{dc_B}{dt} = -k_2c_B + k_1c_A^0e^{-k_1t}\ .$$

c_A^0 ist die Anfangskonzentration von A. Bestimmen Sie c_B als Funtkion der Zeit t mit der Anfangsbedingung $c_B^0 = 0$ für die folgenden Fälle (a) $k_2 > k_1$ und (b) $k_2 = k_1$. Diskutieren Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 4: *Lineare inhomogene gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung: Reaktion 2ter Ordnung*

Wir behandeln die Kinetik der bimolekularen Reaktion A+B→AB. die Konzentration $a(t)$ des Stoffes A betrage am Anfang $a(0) = a_0$, die des Stoffes B $b(t)$ sei $b(0) = b_0$. Stoff B soll im Überschuß vorliegen, d.h. $a_0 < b_0$. Mit $x(t)$ werde die Konzentration des Produktes AB bezeichnet. Für jedes Molekül AB wird je ein Molekül des Stoffes A und ein Molekül des Stoffes B verbraucht, also gilt: $a(t) = a_0 - x(t)$ und $b(t) = b_0 - x(t)$. Am Anfang ist $x(0) = 0$ und selbstverständlich gilt immer $a(t) \geq 0$, $b(t) \geq 0$, $x(t) \geq 0$. Die Reaktionsgeschwindigkeit $\dot{x}(t)$ dieser bimolekularen Kinetik ist proportional zu $a(t)$ und $b(t)$:

$$\frac{dx(t)}{dt} = ka(t)b(t)$$

Hierbei ist der Reaktionsgeschwindigkeitskoeffizient k eine positive Konstante. Berechnen Sie nun $x(t)$, $\dot{x}(0)$, $\lim\limits_{t\to\infty} x(t)$ und $\lim\limits_{t\to\infty} \dot{x}(t)$.