



Mathematische Methoden II für Biochemie und Molekulare Medizin
Mi 13-15 N25/568 (BioChem), Mi 14-16 N24/131 (MolMed)
Übungsblatt 11, verteilt 4.7.2007, Übung 11.7.2007

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Aufgabe 1: *Lineare Gleichungssysteme*

Ein lineares Gleichungssystem $\mathbf{A}\vec{x} = \vec{b}$ kann mit Hilfe der inversen Matrix $\vec{x} = \mathbf{A}^{-1}\vec{b}$, mit der Cramerschen Regel oder durch Gaußsche Elimination nebst Rücksubstitution gelöst werden.

Finden Sie nun für folgendes Problem eine Lösung:

Wie Sie bereits wissen sollten, ist die allgemeine Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichung $y''(x) + 2ay'(x) + b^2y(x) = 0$ für $|a| > |b|$ gegeben durch:

$$y(x) = C_1 \exp[(-a + \sqrt{a^2 - b^2})x] + C_2 \exp[(-a - \sqrt{a^2 - b^2})x]$$

Bestimmen Sie C_1 und C_2 für die Anfangsbedingungen:

(a) $y(0) = y_0$ und $y'(0) = by_0$ (b) $y(0) = y_0$ und $y'(0) = -3ay_0$.

Aufgabe 2: *Lineare Gleichungssysteme*

Bestimmen Sie die $t \in \mathbb{R}$, für welche das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} (t-1)^2 & 1 & t \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$$

(a) genau eine Lösung

(b) keine Lösung

(c) unendlich viele Lösungen besitzt.

Geben Sie im Fall (a) und (c) alle Lösungen an.

Aufgabe 3: *Eigenwerte und Eigenvektoren*

Geben Sie für die folgenden Matrizen die Eigenwerte und Eigenvektoren an.

(a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -6 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$

Hinweis: In Aufgabenteil (b) liegt ein Eigenwert mit zweifacher Vielfachheit vor. Der Raum, der von der Linearkombination der zugehörigen Eigenvektoren aufgespannt wird, ist also zweidimensional. Daher ist die konkrete Wahl der zugehörigen Eigenvektoren nicht eindeutig. Sie müssen nur immer den gleichen Raum aufspannen. Orthonormalisieren Sie die beiden Vektoren, wenn nötig.