Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
Dr. Elizabeth Santos, Dipl. Chem. Sonja Bartenschlager,
Benedikt Weggler, Fabian Hartl, Sefa Senel

**Mathematik II für Chemie und Wirtschaftschemie (Bachelor)**
**Fr 10-11(12): O27/123, O25/151, O25/648, N24/131**

**Übungsblatt 10, verteilt: 27.06.2008, Übung 04.07.2008**

Die Übungsblätter können von http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre heruntergeladen werden

## Aufgabe 1: DGL 2. Ordnung, in der *y* nicht vorkommt

Lösen Sie folgende DFG:

a) $xy'' + y' = 0$
b) $xy'' = y' \quad y(1)=0;\ y'(1)=2$
c) $y''y' = 1$
d) $y'' + y'\tan(x) = \tan(x) \quad y(0)=1;\ y'(0)=1$

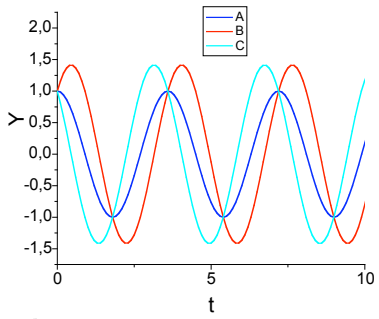
## Aufgabe 2: Anwendung: Schwingungen

Allgemeine Schwingungsgleichung: lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten: $m.y''+p.y'+k.y=F(t)$, wobei:
$m$: Masse; $y''$: Beschleunigung; $F(t)$: äußere Kraft; $-p.y'$: Reibungskraft; $-k.y$: Rückstellkraft
$\omega_o=(k/m)^{1/2}$ : Kreisfrequenz

a) Ungedämfte freie Schwingungen: (keine äußere Kraft, keine Reibungskraft):

$m.y''+k.y=0$

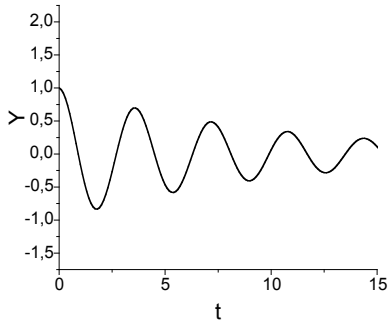
In einem Experiment sei die Masse $m$ um die Strecke $y(0)=y_o$ aus der Ruhelage ausgelenkt. Bestimmen Sie die Koeffizienten $C_1$ und $C_2$ der zugehörige partikulären Lösungen: $y'(0)=v_o$ ; (i)$v_o<0$, (ii) $v_o=0$, (iii)$v_o>0$.
Identifizieren Sie die verschiedenen Fälle mit den Kurven der Abbildung.




b) Gedämfte freie Schwingungen: (keine äußere Kraft)

$m.y''+p.y'+k.y = 0$

Ähnlich wie bei (a), bestimmen Sie die Koeffizienten $C_1$ und $C_2$ der zugehörige partikulären Lösung: $y'(0)=v_o=0$




c) Erzwungene Schwingungen, Resonanzfall : $\omega_z=\omega_o$

$m.y''+p.y'+k.y = A\ .\ cos(\omega_o t)$
Erhalten Sie die allgemeine Lösung. Skizzieren Sie $y(t)$. Diskutieren Sie das Ergebnis.

**Zusatzaufgabe: Anwendung Quantenchemie**

Ein Elektron, das sich (eindimensional) innerhalb eines Kastens mit Wänden an $x=-d$ und $x=d$ bewegt, gehorcht einer Zustandsgleichung:

$$-\mu \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x)$$

Die Randbedingungen bestehen darin, daß $\psi(x)$ an den Kastenwänden den Wert $0$ annehmen soll. Wie lauten Eigenwerte und Eigenfunktionen dieses Eigenwertproblems?