



Mathematische Methoden I für Chemie und Wirtschaftskemie (Bachelor)

Di 10-11: N25/214, O25/151, O25/648

Di 13-14: N24/252, N25/568, O25/648

Übungsblatt3 , verteilt 30.10.2007, Übung 06.11.2007

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Aufgabe 1: *Parallele und senkrechte Vektoren*

Gegeben ist der Vektor:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(a) Berechnen Sie einen Einheitsvektor \vec{b} , der parallel zu \vec{a} ist.

(b) Berechnen Sie einen Einheitsvektor \vec{c} , der senkrecht zu \vec{a} ist.

Aufgabe 2: *Lineare Unabhängigkeit von Vektoren*

Gegeben sind folgende Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Sind \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} linear unabhängig?

(b) Sind \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} und \vec{d} linear unabhängig?

Aufgabe 3: *Determinanten*

Berechnen Sie die folgenden Determinanten:

$$(a) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$(c) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 4: *Determinanten*

Berechnen Sie die folgenden Determinanten. Bei (a) und (b) wurden zwei Zeilen vertauscht, was fällt ihnen auf? Was fällt ihnen beim Vergleich von (b) und (c) auf?

$$(a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(c) -2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 5: Optimierungsproblem mit Vektoren

Die folgenden vier Punkte sind gegeben:

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad P_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad P_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- (a) Bestimmen Sie beliebige Punkte zwischen der Strecke $\overline{P_1P_2}$ als Vektor mit Parameter t .
(b) Berechnen Sie den Punkt P auf der Strecke $\overline{P_1P_2}$, der von den Punkten P_3 und P_4 gleich weit entfernt ist.

Aufgabe 6: Einfache Vektorrechnung

In einer hügeligen Landschaft soll von Punkt P_1 über Punkt P_2 nach Punkt P_3 eine Hochspannungsleitung verlegt werden. Berechnen Sie die Leitungslänge L für die folgenden Koordinaten der Punkte:

$$P_1(0, 0, 12) \quad P_2(12, -3, 8) \quad P_3(17, 7, 18)$$

Das Durchhängen der Leitungen bleibt bei der Rechnung unberücksichtigt.

Aufgabe 7: Einfache Vektorrechnung

Bestimmen Sie den Vektor \vec{x} und berechnen Sie dessen Länge.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8: Einfache Vektorrechnung

Gegeben sind die Punkte $A(1, 1)$ und $B(-3, 2)$. Fertigen Sie eine Skizze. Berechnen und zeichnen sie den durch den Anfangspunkt A und den Endpunkt B bestimmten Vektor \vec{u} . Wie lautet der Einheitsvektor \vec{u}^0 ? Berechnen und zeichnen Sie $-3\vec{a}$, $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{u} + \vec{a}$, $\vec{u} - \vec{a}$ und $\vec{a} - \vec{u}$.

Aufgabe 9: Elementare Kurvendiskussion

Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{(x-1)(-x^2-x+2)(x-4)}{(x+2)}$$

Bestimmen Sie den Definitions- und Wertebereich, sowie die Nullstellen der Funktion.

Überprüfen Sie auf waagrechte und senkrechte Asymptoten.

Geben Sie die Maxima und/oder Minima dieser Funktion an und bestimmen Sie die Art des Extremums ohne Verwendung der 2. Ableitung.

Zeigen Sie, dass die Funktion symmetrisch zum Wendepunkt $P(2, 2)$ ist.

Tip: Für Punktsymmetrie zu einem Punkt $P(a, b)$ gilt: $f(a+x) - b = b - f(a-x)$

Zeichnen Sie die Funktion unter Verwendung Ihrer erhaltenen Erkenntnisse.

Die Aufgaben 6, 7, 8 und 9 sind Hausaufgaben