Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
Sonja Bartenschlager
Benjamin Berberich, Miriam Kubach

Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie (Bachelor)
Di 10-11: N25/214, O25/151, O25/648
Di 13-14: N24/252, N25/568, O25/648
Übungsblatt 4 , verteilt 06.11.2007, Übung 13.11.2007

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` heruntergeladen werden.

Aufgabe 1: *Winkel zwischen Vektoren*

Berechnen Sie $\tan(\phi)$, wobei ϕ der spitze Winkel ist, den die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einschließen.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: *Arbeit*

Ein Körper bewegt sich von Punkt $P_1(2m, -3m, 2m)$ nach $P_2(3m, 4m, 5m)$. Dabei wirkt außerdem eine Kraft vom Betrag $|\vec{F}| = 6N$ in die Richtung des Vektors $\vec{r} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ auf den Körper. Welche Arbeit wird von der Kraft verrichtet? (m=Meter, N=Newton)

Aufgabe 3: *Parallelogramm*

Gegeben sind die folgenden Koordinaten:
$(-1, 2); (2, 0); (4, 3); (7, 1)$.
Zeigen Sie rechnerisch, dass diese die Eckpunkte eines Parallelogramms sind. Berechnen Sie dessen Fläche.

Aufgabe 4: *Senkrechte Vektoren*

Bestimmen Sie für die Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ die Unbekannte λ so, dass die Vektoren orthogonal sind.

$$\begin{aligned} \vec{u} &= 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \lambda\vec{e}_3 \qquad \text{und} \\ \vec{v} &= (\lambda - 5)\vec{e}_1 + 3\lambda\vec{e}_2 + 2\lambda\vec{e}_3 \end{aligned}$$

Aufgabe 5: *Senkrechte Vektoren*

Gegeben sind die beiden Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie 2 Einheitsvektoren, die auf der von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Ebene senkrecht stehen.

Aufgabe 6: *Determinanten*

Berechnen sie die folgenden Determinanten.

$$\text{(a)} \quad \begin{vmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 6 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \end{vmatrix} \qquad \text{(b)} \quad \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 7: *Lineare Unabhängigkeit von Vektoren*

Prüfen Sie auf lineare Unabhängigkeit

$$\text{(a)} \quad \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{(b)} \quad \vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{(c)} \quad \vec{c}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{c}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{c}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{(d)} \quad \vec{d}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Was bedeutet es geometrisch im 2- bzw. 3-dimensionalen Raum, wenn Vektoren linear (un)abhängig sind?

Aufgabe 8: *Optimierungsproblem mit Vektoren*

Gegeben sind die zwei Punkte $P_1 = (-4, 2, 3)$ und $P_2 = (-1, -2, 4)$. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P_M, der genau in der Mitte zwischen P_1 und P_2 liegt.

Die Aufgaben 6, 7 und 8 sind Hausaufgaben.