



Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie (Bachelor)

Di 10-11: N25/214, O25/151, O25/648

Di 13-14: N24/252, N25/568, O25/648

Übungsblatt 6, verteilt 20.11.2007, Übung 27.11.2007

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Aufgabe 1: Berechnen endlicher Summen

(a) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion (siehe Skript), dass

$$\sum_{\nu=0}^n \nu = \frac{n(n+1)}{2}$$

(b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion (analog zu Aufgabe (a)), dass

$$\sum_{\nu=0}^n \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(c) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^5 [(\nu+1) - \nu]$$

(d) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^5 [(\nu+1)^2 - \nu^2]$$

(e) Wenn sie das Prinzip aus (c) und (d) verstanden haben können sie nun ganz schnell folgende Summe ausrechnen

$$\sum_{\nu=1}^{99} [(\nu+1)^2 - \nu^2]$$

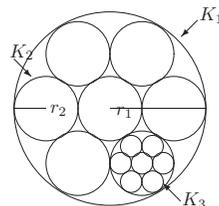
(f) Was gilt nun wohl allgemein für

$$\sum_{\nu=1}^n [a_{(\nu+1)} - a_{\nu}]$$

Aufgabe 2: Geometrische Reihe

In einem Kreis K_1 mit Radius r_1 sind sieben gleiche Kreise K_2 (Radius r_2) eingezeichnet. In jedem der Kreise K_2 liegen wiederum sieben Kreise K_3 (Radius r_3). In gleicher Weise werden weitere Kreise K_4, K_5, \dots konstruiert.

Wie groß ist die Summe F der Flächen aller entstehenden Kreise K_1, K_2, K_3, \dots , wenn r_1 gegeben ist?



Aufgabe 3: Arithmetische Reihe

Von einer arithmetischen Summe sind gegeben:

erster Summand = -54, letzter Summand = +3 und die Summe = -510. Wieviele Summanden kommen vor und welches ist die Differenz zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Summanden?

Aufgabe 4: Vereinfachen von Fakultäten

Vereinfachen Sie soweit wie möglich

$$(a) \frac{(2n+4)!(n-2)!}{(n+2)!(2n+2)!} \quad (b) \binom{n}{n-3} \binom{n-1}{n-2}$$

Aufgabe 5: Stirlingsche Formel

Wir betrachten für N und t ($1 \ll t \ll N$)

$$g(N, t) = \frac{N!}{t!(N-t)!}$$

(a) Nähern Sie $\ln N!$, $\ln t!$ und $\ln(N-t)!$ mit der einfacheren Version der Stirlingschen Formel $\ln(n!) \simeq n \ln n - n$.

(b) Berechnen Sie damit $\ln g(N, t)$.

(c) Bestimmen Sie die genäherte Formel von $g(N, t)$.

Aufgabe 6: Spatprodukt

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(a) Wie groß ist die von den Vektoren \vec{a} und \vec{b} aufgespannte Fläche?

(b) Berechnen Sie das Volumen des von den drei Vektoren aufgespannten Spats auf zwei Rechenwegen. Verwenden Sie bei einem Weg das Ergebnis von (a).

Aufgabe 7: Spatprodukt

Berechnen Sie $(\vec{b} - \vec{c}) \odot ((\vec{a} - \vec{b}) \times \vec{c})$, wenn $\vec{a} \odot (\vec{b} \times \vec{c}) = 5$.

Aufgabe 8: Elementare Rechenregeln für Summen

Berechnen Sie die folgenden Summen unter Verwendung der Ihnen bekannten Sätze:

$$\sum_{i=0}^{12} 1, \quad \sum_{\text{Birne}=14}^{87} \alpha, \quad \sum_{n=-7}^3 2, \quad \sum_{m=0}^{24} \frac{c}{\sqrt{625}}, \quad (3a^2 - 18a + 27) \sum_{p=1}^b \frac{3+a}{(9b-3ab)}, \quad \sum_{n=1}^4 a 2^{ny}$$

Aufgabe 9: Umformung von Summen

$$\sum_{l=-1}^{19} \frac{x^{l+1}}{l} - \sum_{n=0}^{20} (n+1)x^{n-1}$$

(i) Fassen Sie die gleichen Potenzen von x zusammen.

(ii) Welcher Vorfaktor gehört zu x^3 ?

Die Aufgaben 6,7,8 und 9 sind Hausaufgaben.