



Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie (Bachelor)

Di 10-11: N25/214, O25/151, O25/648

Di 13-14: N24/252, N25/568, O25/648

Übungsblatt 8, verteilt 04.12.2007, Übung 11.12.2007

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Aufgabe 1: Widerspruchsbeweis

Beweisen Sie mit der in der Vorlesung gezeigten Methode, dass $\sqrt{3}$ irrational ist. Warum können Sie nicht zeigen, dass $\sqrt{4}$ irrational ist?

Aufgabe 2: Umrechnung zwischen Grad- und Bogenmaß

Leiten Sie sich die allgemeine Umrechnungsformel zwischen Grad- und Bogenmaß her. Wandeln Sie die folgenden Winkel in die jeweilig andere Darstellungsform um.

(a) 90° (b) 270° (c) 310° (d) 5° (e) 1000° (f) 130°

(g) $\frac{\pi}{4}$ (h) $\frac{\pi}{6}$ (i) 30π (j) $\frac{7}{8}\pi$ (k) $\frac{1}{20}\pi$ (l) 7

Aufgabe 3: Definitions- und Wertebereich trigonometrischer Funktionen

Zeichnen Sie die folgenden Funktionen (Tip: Zerlegen Sie die Funktionen in einfachere "Grundfunktionen") und bestimmen Sie den Definitions- und Wertebereich. Sind die Funktionen gerade, ungerade oder besitzen sie keine dieser Symmetrien?

(a) $f(x) = \operatorname{arccot}(x^2)$ (b) $g(x) = \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$

(c) $h(x) = \arccos\left(\frac{1}{|x|}\right)$ (d) $k(x) = \arcsin(x^2)$

Aufgabe 4: Winkelbestimmung mittels trigonometrischer Relationen

Der Sinuswert zum Winkel $\alpha = 30^\circ$ beträgt $\sin \alpha = \frac{1}{2}$.

Berechnen Sie mit Hilfe des Additionstheorems für die Sinusfunktion und der Identität $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ die Sinuswerte zu den Winkeln $\alpha = 15^\circ$, $\alpha = 7,5^\circ$ und $\alpha = 3,75^\circ$.

Hinweis: Leiten Sie zunächst eine allgemeine Formel her, in der nur $\sin \alpha$ und $\sin 2\alpha$ vorkommen und lösen Sie diese nach $\sin \alpha$ auf.

Aufgabe 5: Vereinfachen von trigonometrischen Funktionen

Vereinfachen Sie folgende Formeln:

(a) $\frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}$ (b) $\sin(\pi - x) \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Aufgabe 6: Beweis einiger trigonometrischer Relationen

Zeigen Sie

(a) $\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ (b) $\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

(c) $\sin(3\alpha) = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$ (d) $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$

Hinweis: Benutzen Sie die Additionstheoreme. In (c) und (d) können sie (a) und (b) verwenden.

Aufgabe 7: Kombinatorik: Lotto 6 aus 49

Beim Lotto 6 aus 49 werden 6 Zahlen aus den Zahlen 1 bis 49 gezogen.

- (a) Wieviele Möglichkeiten gibt es 6 aus 49 Zahlen auszuwählen?
- (b) Wieviele Möglichkeiten gibt es, genau 5 Richtige zu tippen?
- (c) Wieviele Möglichkeiten gibt es, genau 3 Richtige zu tippen?
- (d) Wieviele Möglichkeiten gibt es, mindestens 3 Richtige zu tippen?

Aufgabe 8: Anwendung der Binomischen Formel

Bestimmen Sie die Terme mit

$$x^0 \quad \text{in} \quad \left(\frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2x^{\frac{3}{2}}}\right)^{12}$$

Aufgabe 9: Anwendung der Binomischen Formel

Bestimmen Sie die Terme mit

$$x^3 y^7 \quad \text{in} \quad (3x - 2y)^{10}$$

Aufgabe 10: Anwendung der Multinomialformel

Bestimmen Sie den Term mit

$$x^2 y^{-1} z^{-2} \quad \text{in} \quad \left(xy^3 z^2 - \frac{1}{z} - \frac{1}{y} + \frac{xy}{z}\right)^5$$

Aufgabe 11: Arithmetische Summe

Von einer arithmetischen Summe sind gegeben:

Die Summe aus der dritten und der elften Zahl ist gleich 12 und das Quadrat der vierten Zahl ist gleich 9.

Berechnen Sie die Summe $\sum_{\nu=0}^9 a_\nu + d \nu$.

Aufgabe 12: Geometrische Summe

Herr B. nähert sich mit seinem Hund einer bekannten schwäbischen Universität (Entfernung noch 1 km). Auf einmal springt der Hund los und rennt zum Uni-Eingang und wieder zu seinem Herrchen zurück. Dabei ist der Hund doppelt so schnell wie sein Herrchen. Welchen Weg hat ein punktförmiger Hund zurückgelegt, wenn er zum 10. Mal den Uni-Eingang erreicht? Wieviele Male kann ein realer Hund (z.B. ein Beagle mit einer Körperlänge von ca. 45 cm Länge) physikalisch sinnvoll hin und her rennen?

Die Aufgaben 7,8,9,10,11 und 12 sind Hausaufgaben.