



**Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie (Bachelor)**

Di 10-11: N25/214, O25/151, O25/648

Di 13-14: N24/252, N25/568, O25/648

**Übungsblatt 10, verteilt 17.12.2007, Übung 08.01.2008**

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

**Aufgabe 1: Rechnen mit komplexen Zahlen: Euler'sche Formel**

Wandeln Sie die folgenden komplexen Zahlen in die kartesische bzw. in die Euler'sche Darstellung um und stellen Sie diese graphisch dar. Berechnen Sie  $a \cdot b$  und  $\frac{a}{b}$  mittels Euler und graphisch.

(a)  $4e^{\frac{5}{3}\pi i}$       (b)  $-1 - \sqrt{3}i$

**Aufgabe 2: Eulersche Formel und trigonometrische Relationen**

Zeigen Sie mit der Euler'schen Formel, dass gilt:

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$$

**Aufgabe 3: Formel von Moivre und trigonometrische Relationen**

- (a) Berechnen Sie  $(\cos \varphi + i \sin \varphi)^3$  sowohl mit Hilfe des Binomialsatzes, als auch mittels der Moivre'schen Formel.
- (b) Setzen Sie von den beiden Ergebnissen Real- und Imaginärteile gleich und beweisen Sie damit, dass gilt:  
 $\sin(3\varphi) = 3 \sin \varphi - 4 \sin^3 \varphi$  und  $\cos(3\varphi) = 4 \cos^3 \varphi - 3 \cos \varphi$

**Aufgabe 4: Potenzen komplexer Zahlen**

Berechnen Sie  $(-\sqrt{3} - i)^7$  mittels der Formeln von Moivre und Euler. Geben Sie ihr Ergebnis auch in der Form  $a + ib$  an.

**Aufgabe 5: Eulersche Formel**

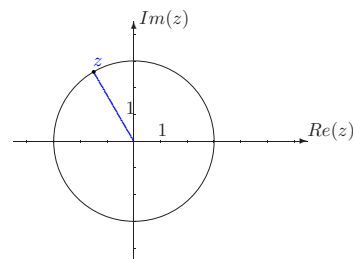
Gegeben sei die komplexe Zahl  $z = \frac{\pi^2}{2}(1 + i\sqrt{3})$ . Berechnen Sie  $\text{Im}(e^{\sqrt{z}})$ .

**Aufgabe 6: Wurzeln von komplexen Zahlen**

Eine komplexe Zahl vom Betrag 3 sieht in einer Skizze so aus:

Zeichnen Sie (ohne Rechnung) alle dritten und alle fünften Wurzeln von  $z$  ein!

$\sqrt[3]{3} \approx 1,4$        $\sqrt[5]{3} \approx 1,2$



**Aufgabe 7: Kugelkoordinaten: St. Petersburg**

- (a) Bestimmen Sie den Erdradius  $r$  aus dem Erdumfang  $U$ .
- (b) Geben Sie die Lage von St. Petersburg in kartesischen Koordinaten an.

Hinweis: Wählen Sie das kartesische Koordinatensystem so, dass der Ursprung mit dem Erdmittelpunkt zusammenfällt, dass die x-Achse in Richtung von Länge  $0^\circ$  und Breite  $0^\circ$ , die y-Achse in Richtung Länge  $90^\circ$  Ost und Breite  $0^\circ$  und die z-Achse in Richtung von Breite  $90^\circ$  Nord zeigen. Der Erdumfang  $U$  beträgt etwa 40000 km und St. Petersburg liegt ungefähr bei Längengrad  $30^\circ$  Ost und Breitengrad  $60^\circ$  Nord. Um die kartesischen Koordinaten zu berechnen, benötigen Sie einen Taschenrechner. Zum Berechnen der Trigonometrischen Funktionen benötigen Sie **keinen** Taschenrechner. Geben Sie die Strecken mit 1 km Genauigkeit an.

**Aufgabe 8: Rechnen mit komplexen Zahlen**

Berechnen Sie folgende Ausdrücke

(a)  $(4 - 2i) + (-6 + 5i)^*$       (b)  $[(3 - 2i)(1 + 3i)]^*$   
 (c)  $|3 - 4i||4 + 3i|$       (d)  $\left| \frac{1}{1 + 3i} - \frac{1}{1 - 3i} \right|$

**Aufgabe 9: Rechnen mit komplexen Zahlen**

Gegeben sei  $z_1 = \sqrt{3}i + \sqrt{6}$ ,  $z_2 = \frac{3}{5} + \frac{i}{5}$  and  $z_3 = i^2$ . Berechnen Sie

(a)  $z_1^2$       (b)  $|z_1|^2$   
 (c)  $\frac{(z_2 - z_3)(z_2 + z_3)}{z_2^2 - z_3^2}$       (d)  $z_2^* - z_3^*$   
 (e)  $|z_1 \cdot z_2|$       (f)  $|z_1| \cdot |z_2|$

**Aufgabe 10: Darstellung komplexer Zahlen: Gauß'sche Zahlenebene und Polarkoordinaten**

Wandeln Sie die folgenden komplexen Zahlen in die kartesische bzw. Polarkoordinatendarstellung um und stellen Sie diese graphisch dar. (Sie brauchen keinen Taschenrechner!)

(a)  $\cos \frac{5}{4}\pi + i \sin \frac{5}{4}\pi$       (c)  $1 - \sqrt{3}i$   
 (b)  $2(\cos \frac{3\pi}{2} - i \sin \frac{3\pi}{2})$       (d)  $-\sqrt{8} + \sqrt{8}i$



Und einen guten Rutsch ... wünschen Euch Gerhard, Sonja, Benjamin, Miriam und Anne

**Die Aufgaben 7,8,9 und 10 sind Hausaufgaben.**