Universität Ulm
Institut für Theoretische Chemie

Prof. Dr. Gerhard Taubmann
Sonja Bartenschlager, Benjamin Berberich,
Miriam Kubach, Anne Kröske

Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie (Bachelor)

Di 10-11: N25/214, O25/151, O25/648

Di 13-14: N24/252, N25/568, O25/648

Übungsblatt 11, verteilt 08.01.2008, Übung 15.01.2008

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` heruntergeladen werden.

Aufgabe 1: *Elementare Kurvendiskussion*

Gegeben ist die Funktion:

$$f(x) = \frac{\sin|x|}{x}$$

Bestimmen Sie Definitions- und Wertebereich, Symemtrie und eventuelle Nullstellen und Asymptoten.
Überprüfen Sie auf Beschränktheit und Stetigkeit und skizzieren Sie die Funktion.

Aufgabe 2: *Umkehrfunktionen*

Man bestimme die Umkehrfunktionen der folgenden Funktionen rechnerisch und graphisch.
Ist die Umkehrung eindeutig? Sollte eine rechnerische Bestimmung nicht möglich sein, dann zeichnen Sie die Umkehrfunktion.

$$\text{(a)} \quad y = \frac{x}{2} + 3 \qquad \text{(b)} \quad y = (x-2)^2 + 1 \qquad \text{(c)} \quad f(x) = xe^x \quad \mathbb{D}_f = [-1, \infty[$$

Aufgabe 3: *Grenzwerte*

Berechnen Sie mit Hilfe bekannter Grenzwerte und den Rechenregeln für Grenzwerte (aber ohne l'Hôpital):

$$\text{(a)} \quad \lim_{x\to 0-} \frac{1}{x} \quad \text{(b)} \quad \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2 - 3x + 7}{1 - 4x^2} \quad \text{(c)} \quad \lim_{x\to\pi} \frac{\cos(x/2 - \pi)}{x - \pi} \quad \text{(d)} \quad \lim_{x\to 0+} \frac{1 - \cos^2(x)}{x} \ln(x)$$

Aufgabe 4: *Eulersche Formel*

Schreiben Sie z in der Form $a + i\,b$.

$$z = \frac{\sqrt{6}\left(e^{\frac{\pi}{4}\,i}\right)^* \cdot Re\left(e^{\frac{\pi}{6}\,i}\right)}{(3 + 4\,i)\,e^{\frac{\pi}{2}\,i}}$$

Aufgabe 5: *Rechnen mit komplexen Zahlen*

Gegeben sind:

$$z_1 = -3 + \sqrt{3}\,i \qquad z_2 = 4\,e^{\frac{4}{3}\pi\,i}$$

Bestimmen Sie $p = z_1 \cdot z_2$ und $q = \frac{z_1}{z_2}$ rechnerisch mittels der Darstellung der komplexen Zahlen in kartesischen Koordinaten und mittels der Euler'schen Formel. Geben Sie ihre Ergebnisse in beiden Darstellungsformen an.
Bestimmen Sie das Argument von p und q graphisch.

Aufgabe 6: *Eulersche Formel und trigonometrische Relationen*

Zeigen Sie mit der Euler'schen Formel, dass gilt:

$$\cos(2\alpha) = cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$$

Aufgabe 7: *Eulersche Formel*

Gegeben sei

$$z = \frac{e^{-i\,\alpha}}{1 - i\,\gamma\,e^{i\,\alpha}} \qquad (\alpha, \gamma \in \mathbb{R}, \quad 0 \leq \alpha \leq 2\pi)$$

(a) Für welche α, γ wird der Nenner von z null?
(b) $Re(z) = ?$
(c) $Im(Im(z^2)) = ?$

Aufgabe 8: *Potenzen komplexer Zahlen*

Berechnen Sie folgenden komplexen Zahlen und stellen Sie ihr Ergebnis wieder in der Form $z = a + i\,b$ dar.

$$\text{(a)} \quad \left(\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{i}{2}\right)^5 \qquad \text{(b)} \quad \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\,i\right)^{1001}$$

Aufgabe 9: *Wurzeln von komplexen Zahlen*

Lösen Sie die Gleichungen. Geben Sie z in der Form $a + i\,b$ an und zeichnen Sie Ihr Ergebnis:

$$\text{(a)} \quad z^2 = \left(1 + \sqrt{3}\,i\right)^{13} \qquad \text{(b)} \quad z^6 - 1 = 0$$

Aufgabe 10: *Wurzeln von komplexen Zahlen*

Bestimmen Sie den Winkel derjenigen 10-ten Wurzel von $z = \frac{1}{2} - \frac{i}{2}\sqrt{3}$, die den betragsmäßig kleinsten Realteil und einen negativen Imaginärteil hat.

Die Aufgaben 4 bis 10 sind Hausaufgaben.