



Mathematik I für Chemie und Wirtschaftschemie (Bachelor)

Di 10-11: N25/214, O25/151, O25/648

Di 13-14: N24/252, N25/568, O25/648

Übungsblatt 13, verteilt: 22.01.2008, Übung 29.01.2008

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden

Aufgabe 1: Elementare Funktionen – Polynome – rationale Funktionen

Gegeben sind die folgenden Polynome:

$$P(x) = x^2 - x - 6$$

$$Q(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$$

a) Geben Sie den Grad und die Nullstellen von $P(x)$ und $Q(x)$ an, und diskutieren Sie deren Verhalten. Skizzieren Sie die Funktionen.

b) Bilden Sie die rationale Funktionen:

$$R_1(x) = P(x)/Q(x) \quad \text{und} \quad R_2(x) = Q(x)/P(x)$$

Diskutieren Sie das Verhalten von $R_1(x)$ und $R_2(x)$ und bestimmen Sie Nullstellen, Pole und Asymptoten. Skizzieren Sie die Funktionen.

Aufgabe 2: Elementare Funktionen – Logarithmen

Gegeben sind die folgenden Funktionen:

$$f_1(x) = {}^{10}\log(3x^2) \quad \text{und} \quad f_2(x) = {}^{10}\log(|x|)$$

Bestimmen Sie: Definitionsbereich, Nullstellen, Unstetigkeiten und Symmetrie. Geben Sie den Schnittpunkt von $f_1(x)$ und $f_2(x)$ an.

Skizzieren Sie f_1 und f_2 als Funktion von x und ${}^{10}\log(|x|)$.

Aufgabe 3: Elementare Funktionen – Exponentialfunktionen

Gegeben sind die folgenden Funktionen:

$$f_1(x) = e^x \quad f_2(x) = e^{-x} \quad f_3(x) = e^{x^2} \quad f_4(x) = e^{-x^2}$$

Vergleichen Sie Verhalten und Symmetrie. Bestimmen Sie auch die Definitions- und Wertebereiche. Skizzieren Sie die Funktionen.

Aufgabe 4: Differentialrechnung

Berechnen Sie die ersten und zweiten Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $f_1(x) = (1-x^2) e^{x^2}$

b) $f_2(x) = \frac{(1-x^2)}{\sqrt{x^3}}$

c) $f_3(x) = (1-\cos^2(x)) e^{x^2}$

d) $f_4(x) = x \ln(1-x^2)$

Aufgabe 5: Regel von L'Hôpital

Untersuchen Sie folgende Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - \sin(\frac{\pi}{2}x))}{(1-x)^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{e^x - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2^{x-5} - 1}{\sin(x-5)}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\ln(x/2)}{\sqrt{x-2}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)} - \frac{1}{(x-1)^2}$

Aufgabe 6: Grenzwerte zusammengesetzter Funktionen

Untersuchen Sie folgende Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin(x)}$

Die Aufgaben 4 bis 6 sind Hausaufgaben