

Klausur "Mathematik für Bachelor Chemie
und Wirtschaftschemie I" WS 2007/2008

Bearbeiten Sie jede Aufgabe auf einem gesonderten Blatt.
Schreiben Sie auf jedes Blatt leserlich Ihren Namen.

1. Berechnen Sie (11 P.)

$$(a) \int \frac{\ln x}{x} dx \quad \text{und} \quad (b) \int x^2 \sin(x^3) dx \quad .$$

2. Berechnen Sie (8 P.)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2(2x)} \quad \text{und} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\cos^2(2x)} \quad .$$

3. Gegeben ist (12 P.)

$$S = \sum_{k=2}^{110} (2k+3)x^{k+1} + \sum_{m=2}^{111} m a_m x^{m-2} \quad .$$

- (a) Stellen Sie S in der Form

$$S = \sum_n b_n x^n$$

dar und geben Sie die b_n an.

- (b) Ist es möglich, $f(x) = S$ durch geeignete Wahl der a_m zu einer ungeraden Funktion zu machen?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Hinweis: Sie können diese Teilaufgabe auch dann bearbeiten, wenn Sie das Ergebnis von Aufgabe 3a) nicht kennen. Aber mit dem Ergebnis von 3a) geht es leichter.

4. Gegeben ist die endliche Summe (9 P.)

$$S(x) = e^x + e^{x+1} + e^{x+2} + e^{x+3} + \dots + e^{x+(n-1)} + e^{x+n} \quad n \in \mathbb{N}$$

- (a) Berechnen Sie die Summe in $S(x)$.
(b) Für welches x ist $S(x) = 1$? (Das Ergebnis sieht nicht wirklich einfach aus.)
(c) Welchen Wertebereich hat die Funktion $S(x)$? (Diese Teilaufgabe kann man auch ohne die Ergebnisse von (a) und (b) lösen.)

5. Gegeben sind die beiden Vektoren (7 P.)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad .$$

- (a) Wir betrachten die Punkte C (0, 0, 0), D(-1, 2, -2) und E (2, 1, 1). Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks CDE.

- (b) Schließen \vec{a} und \vec{b} einen spitzen ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) oder einen stumpfen ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$) Winkel α ein? Begründen Sie Ihre Antwort!

Hinweis: Vergegenwärtigen Sie sich den Verlauf von $\cos x$ zwischen $x = 0$ und $x = q\pi$.

6. Eine komplexe Zahl z hat die beiden dritten Wurzeln (6 P.)

$$z_a = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad \text{und} \quad z_b = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad .$$

Berechnen Sie z und die noch nicht angegebene dritte Wurzel von z .

7. Clifford Stoll schrieb im "Spektrum der Wissenschaft (04/2007)" einen lesenswerten Artikel über Rechenschieber¹. (6 P.)

C. Stoll hat $N = 10^{0,4772}$ Katzen und der dekadische Logarithmus der Anzahl K seiner Kinder ist $\lg K = 0,301$. ($N, K \in \mathbb{N}$) Wieviele Kinder und wieviele Katzen hat Herr Stoll? Begründen Sie Ihre Antwort!

Hinweis: Zwischen welchen beiden natürlichen Zahlen liegt $\sqrt{10}$? Wie groß ist $\lg(\sqrt{10})$?

8. Geben Sie (3 P.)

$$y = \operatorname{Im} \left(\operatorname{Im} \left(\frac{e^{\tan(7)+33i} + 13i - 2}{\sqrt[17]{\pi - \frac{i}{\pi^3}}} \right) \right)$$

an. Begründen Sie Ihre Antwort!

$\sum 62$ P.

¹Ein Rechenschieber ist ein mechanisches Rechenggerät ohne Einschalter. Mit einem Rechenschieber managte Ludwig Erhard das Wirtschaftswunder und konstruierte Wernher von Braun die Mondrakete.