



Grundvorlesung Theoretische Chemie – Quantenmechanik I Übungsblatt Nr. 5, 28.11.2007

Die Übungsblätter können heruntergeladen werden von

<http://www.uni-ulm.de/theochem/>

Die Aufgaben werden besprochen in dem Seminar am 05.12.2007

Präsenzübung

Aufgabe 6: Ort und Impuls

(6 points)

- a) Zeigen Sie, dass für all Funktionen F und G , die sich als Potenzreihe in x bzw. p darstellen lassen, folgende Vertauschungsregeln gelten

$$[x_i, G(\mathbf{p})] = i\hbar \frac{\partial G}{\partial p_i}, \quad [p_i, F(\mathbf{x})] = -i\hbar \frac{\partial F}{\partial x_i}.$$

Hinweis: Benutzen Sie die fundamentalen Vertauschungsregeln.

- b) Berechnen Sie $[x^2, p^2]$. Vergleichen Sie das Ergebnis mit der klassischen Poissonklammer $\{x^2, p^2\}_{kl}$.

Aufgabe 7: Translation

Der Translationsoperator für eine endliche räumliche Verschiebung \mathbf{l} ist gegeben durch

$$\mathcal{T}(\mathbf{l}) = \exp\left(\frac{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{l}}{\hbar}\right),$$

wo \mathbf{p} der Impulsoperator ist.

- a) Berechnen Sie

$$[x_i, \mathcal{T}(\mathbf{l})].$$

Hinweis: Benutzen Sie

$$[x_i, G(\mathbf{p})] = i\hbar \frac{\partial G}{\partial p_i},$$

wo G eine beliebige Funktion ist.

- b) Benutzen Sie (a) (oder etwas anderes) um zu zeigen, wie sich der Erwartungswert $\langle \mathbf{x} \rangle$ unter einer Translation verändert.

Hausaufgabe

Aufgabe 8: Ortsoperator

- a) Beweisen Sie das folgende:

$$\langle p' | x | \alpha \rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial p'} \langle p' | \alpha \rangle, \quad (1)$$

$$\langle \beta | x | \alpha \rangle = \int dp' \phi_\beta^*(p') i\hbar \frac{\partial}{\partial p'} \phi_\alpha(p') \quad (2)$$

wobei $\phi_\alpha(p') = \langle p' | \alpha \rangle$ und $\phi_\beta(p') = \langle p' | \beta \rangle$ Impulsraumwellenfunktionen sind.

- b) Was ist die physikalische Bedeutung von

$$\exp\left(\frac{ix\Gamma}{\hbar}\right),$$

wo x der Ortsoperator und Γ eine Zahl mit der Dimension des Impulses ist? Begründen Sie Ihre Antwort.