



Mathematik für Molekulare Medizin und Biochemie
Mi 14-16: N24/H16, N24/131
Übungsblatt 4, verteilt 7.11.2007, Übung 14.11.2007

Aufgabe 1: *Winkel zwischen Vektoren*

Berechnen Sie $\tan(\phi)$, wobei ϕ der spitze Winkel ist, den die Vektoren \vec{a} und \vec{b} einschließen.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: *Elementare Rechenregeln für Summen*

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^m a = (m - n + 1)a \quad (1) \qquad \sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (3)$$

$$\sum_{i=n}^m (ka_i) = k \sum_{i=n}^m (a_i) \quad (2) \qquad \sum_{i=0}^n q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \quad (4)$$

- (i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.
- (ii) Versuchen Sie, allgemeine Beweise für die Gleichungen (1) - (4) zu finden.
- (iii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen ($q \neq 1; q \neq 0$) zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120} (2l + 3) \quad \sum_{l=7}^n 3(8l + 5) \quad \sum_{i=0}^m aq^i \quad \sum_{i=1}^m aq^i \quad \sum_{i=n}^m aq^i$$

- (iv) Welchen Sonderfall stellt $q = 1$ dar?

Aufgabe 3: *Umformung von Summen*

(a)

$$\sum_{j=1}^{100} jx^{j+1} - \sum_{k=0}^{102} kx^{k-1}.$$

- (i) Fassen Sie die gleichen Potenzen von x zusammen.
- (ii) Welcher Vorfaktor gehört zu x^{50} ?

(b) Fassen Sie gleiche Terme von x auch im folgenden Ausdruck zusammen:

$$\sum_{k=-3}^{50} 2k^2 x^{k-2} - \sum_{k=1}^{47} \frac{x^{k+4}}{k^2}$$