



Mathematik für Molekulare Medizin und Biochemie  
Mi 14-16: N24/H16, N24/131  
Übungsblatt 10, verteilt 19.12.2007, Übung 09.01.2008

**Aufgabe 1:** *Mengen in der Einheitskugel*

Es gilt:

$$\begin{aligned}x &= r \sin \theta \cos \phi \\y &= r \sin \theta \sin \phi \\z &= r \cos \theta\end{aligned}$$

Skizzieren sie folgende Mengen:

$$\begin{aligned}A &= \{x, y, z | 0.5 \leq r \leq 1.0, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}\} \\B &= \{x, y, z | r = 1, \theta = \frac{\pi}{4}, 0 \leq \phi \leq 2\pi\} \\C &= \{x, y, z | r = 1, 0 \leq \theta \leq \pi, \phi = \pi \pm \frac{\pi}{2}\} \\D &= \{x, y, z | r = 1, \theta = \frac{\phi}{2}, 0 \leq \phi \leq 2\pi\} \\E &= \{x, y, z | r_0 \leq r \leq (r_0 + \Delta r), \theta_0 \leq \theta \leq (\theta_0 + \Delta \theta), \phi_0 \leq \phi \leq (\phi_0 + \Delta \theta)\}\end{aligned}$$

Berechnen sie approximativ das Volumen von E ( $\Delta \theta \ll 2\pi$ ,  $\Delta \phi \ll 2\pi$ ).

**Aufgabe 2:** *Eulersche Formel*

Gegeben sei die komplexe Zahl  $z = \frac{\pi^2}{2}(1 + i\sqrt{3})$ . Berechnen Sie  $\text{Im}(e^{\sqrt{z}})$ .

**Aufgabe 3:** *Potenzen komplexer Zahlen*

Berechnen Sie  $(-\sqrt{3} - i)^7$  mittels der Formeln von Moivre und Euler. Geben Sie ihr Ergebnis auch in der Form  $a + ib$  an.

**Aufgabe 4:** *Formel von Moivre und trigonometrische Relationen*

- (a) Berechnen Sie  $(\cos \varphi + i \sin \varphi)^3$  sowohl mit Hilfe des Binomialsatzes, als auch mittels der Moivre'schen Formel.
- (b) Setzen Sie von den beiden Ergebnissen Real- und Imaginärteile gleich und beweisen Sie damit, dass gilt:  
 $\sin(3\varphi) = 3 \sin \varphi - 4 \sin^3 \varphi$  und  $\cos(3\varphi) = 4 \cos^3 \varphi - 3 \cos \varphi$