Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Christian Carbogno

Mathematische Methoden für Lehramt Chemie-Biologie

1. Sem.: Mo. 14:00 c.t., N25/568 – 3. Sem.: Do. 10:00 c.t., N25/568

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 3, verteilt am 8.11.2007, Übung am 12. & 15. 11. 2007

Aufgabe 1: *Einfache Vektorrechnung*

Gegeben sind die Punkte $A(0,-1)$ und $B(3,3)$ mit den zugehörigen Ortsvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$. Fertigen Sie eine Skizze. Berechnen und zeichnen sie den durch den Anfangspunkt A und den Endpunkt B bestimmten Vektor $\vec{u}$. Wie lautet der Einheitsvektor $\vec{u}^0$? Berechnen und zeichnen Sie $-4\vec{a}$, $\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$, $\vec{u}+\vec{a}$, $\vec{u}-\vec{a}$ und $\vec{a}-\vec{u}$.

Aufgabe 2: *Einfache Vektorrechnung*

In einer hügeligen Landschaft soll von Punkt P_1 über Punkt P_2 nach Punkt P_3 eine Hochspannungsleitung verlegt werden. Berechnen Sie die Leitungslänge L für die folgenden Koordinaten der Punkte:

$$P_1(0,0,12) \qquad P_2(12,-3,8) \qquad P_3(17,7,18)$$

Das Durchhängen der Leitungen bleibt bei der Rechnung unberücksichtigt.

Aufgabe 3: *Lineare Unabhängigkeit von Vektoren*

Prüfen Sie auf lineare Unabhängigkeit

(a) $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\qquad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ $\qquad \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

(c) $\vec{c}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad \vec{c}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\qquad \vec{c}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$

(d) $\vec{d}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\qquad \vec{d}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\qquad \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Was bedeutet es geometrisch im 2- bzw. 3-dimensionalen Raum, wenn Vektoren linear (un)abhängig sind?

Aufgabe 4: *Winkel zwischen Vektoren*

Berechnen Sie $\tan(\phi)$, wobei ϕ der spitze Winkel ist, den die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einschließen.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Hinweis: Es wird **kein** Taschenrechner benötigt.

Aufgabe 5: *Senkrechte Vektoren*

Gegeben sind die beiden Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie 2 Einheitsvektoren, die auf der von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Ebene senkrecht stehen.

Aufgabe 6: *Parallelogramm*

Gegeben sind die folgenden Koordinaten:

$$A = (-1, 2); \qquad B = (2, 0); \qquad C = (4, 3); \qquad D = (7, 1).$$

Zeigen Sie rechnerisch, dass diese die Eckpunkte eines Parallelogramms sind. Berechnen Sie dessen Fläche.

Aufgabe 7: *Determinanten*

Berechnen Sie die folgenden Determinanten. Bei (a) und (b) wurden zwei Zeilen vertauscht, was fällt ihnen auf? Was fällt ihnen beim Vergleich von (b) und (c) auf?

$$\text{(a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad \text{(b)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \qquad \text{(c)} \; -2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$