Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dipl. Phys. oec Sebastian Schnur

Mathematik I für Wirtschaftschemie und Chemie

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 3, verteilt am 28. 10. 2008, Übung am 04. 11. 2008

Aufgabe 1: *Lineare Unabhängigkeit von Vektoren*

Gegeben sind folgende Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Sind $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ linear unabhängig?
(b) Sind $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ und $\vec{d}$ linear unabhängig?

Aufgabe 2: *Determinanten*

Berechnen Sie die folgenden Determinanten. Bei (a) und (b) wurden zwei Zeilen vertauscht, was fällt ihnen auf? Was fällt ihnen beim Vergleich von (b) und (c) auf?

$$\text{(a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad \text{(b)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \qquad \text{(c)} \; -2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 3: *Vektorprodukt*

Gegeben sind die Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad \vec{d} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a) Berechnen Sie $((\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c})$ einmal direkt und einmal mit dem Entwicklungssatz.

(b) Bestimmen Sie den Winkel unter dem sich $\vec{a}$ und $\vec{b}$ schneiden.

(c) Bestimmen Sie einen Vektor, der senkrecht auf der von $\vec{d}$ und $((\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c})$ aufgespannten Ebene steht. Wie können sie ihr Ergebnis überprüfen?

Aufgabe 4: *Determinanten*

Berechnen Sie die folgenden Determinanten:

$$\text{(a)} \quad \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} \qquad \text{(b)} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{(c)} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 5: *Optimierungsproblem mit Vektoren*

Die folgenden vier Punkte sind gegeben:

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad P_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad P_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie beliebige Punkte zwischen der Strecke $\overline{P_1 P_2}$ als Vektor mit Parameter t.
(b) Berechnen Sie den Punkt P auf der Strecke $\overline{P_1 P_2}$, der von den Punkten P_3 und P_4 gleich weit entfernt ist.