



Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dipl. Phys. oec Sebastian Schnur
Mathematik I für Wirtschaftschemie und Chemie

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 4, verteilt am 04. 11. 2008, Übung am 11. 11. 2008

Aufgabe 1: Elementare Rechenregeln für Summen

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^m a = (m - n + 1)a \quad (1) \qquad \sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (3)$$

$$\sum_{i=n}^m (ka_i) = k \sum_{i=n}^m (a_i) \quad (2) \qquad \sum_{i=0}^n q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \quad (4)$$

- (i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.
(ii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120} (2l + 3) \qquad \sum_{l=7}^n 3(8l + 5) \qquad \sum_{i=0}^m a \cdot 5^i \qquad \sum_{i=n}^m a \cdot 5^i \qquad \sum_{i=1}^m aq^i$$

Aufgabe 2: Berechnen endlicher Summen

- (a) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion (siehe Skript), dass

$$\sum_{\nu=0}^n \nu = \frac{n(n+1)}{2}$$

- (b) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^5 [(\nu + 1) - \nu]$$

- (c) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^5 [(\nu + 1)^2 - \nu^2]$$

- (d) Wenn sie das Prinzip aus (b) und (c) verstanden haben können sie nun ganz schnell folgende Summe ausrechnen

$$\sum_{\nu=1}^{99} [(\nu + 1)^2 - \nu^2]$$

- (e) Was gilt nun wohl allgemein für

$$\sum_{\nu=1}^n [a_{\nu+1} - a_{\nu}]$$

Hinweis: Diese Art von Summe nennt man Teleskop-Summe.

Aufgabe 3: Berechnen endlicher Summen

Die folgenden Aufgabenteile sind voneinander abhängig und sollten in der angegebenen Reihenfolge bearbeitet werden:

- (a) Berechnen Sie $\sum_{\nu=0}^n 1$ und $\sum_{\nu=0}^n \nu$.

- (b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{\nu=0}^n \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(c) Berechnen Sie die endliche Summe

$$S_n = \sum_{\nu=0}^n [(\nu+1)^4 - \nu^4]$$

Hinweis: Teleskop-Summe $\sum_{\nu=0}^n [a_{\nu+1} - a_{\nu}] = a_{n+1} - a_0$

(d) Formen Sie S_n aus Aufgabenteil (c) um und bestimmen Sie a, b, c und d in der folgenden Formel (durch Gleichsetzen mit (c)):

$$S_n = \sum_{\nu=0}^n [a\nu^3 + b\nu^2 + c\nu + d]$$

Hinweis: Nun (c) ausmultiplizieren.

(e) Berechnen Sie die endliche Summe

$$\sum_{\nu=0}^n \nu^3 \quad .$$

Verwenden Sie hierbei die Teilergebnisse der vorhergehenden Aufgabenteile.