



Institut für Theoretische Chemie:  
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dipl. Phys. oec Sebastian Schnur  
**Mathematik I für Wirtschaftschemie und Chemie**

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

**Übungsblatt 8, verteilt am 02. 12. 2008, Übung am 09. 12. 2008**

**Aufgabe 1: Rechnen mit komplexen Zahlen**

Berechnen Sie die Ausdrücke (in der Form:  $z = a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ) und stellen Sie ihre Ergebnisse graphisch dar:

$$\begin{aligned} s &= z_1 + z_2, & d &= z_1 - z_2, & p &= z_1 \cdot z_2 & \text{und} & q = \frac{z_1}{z_2} \quad \text{mit:} \\ z_1 &= 2 + 2i, & z_2 &= -2i + 1 \end{aligned}$$

Wie lautet  $Re(z_2)$  und  $Im(z_2)$ ? Berechnen Sie außerdem  $z_2^2$ ,  $z_2 z_2^*$  und  $|z_2|^2$ . Was fällt ihnen auf?

**Aufgabe 2: Rechnen mit komplexen Zahlen**

Berechnen Sie folgende Ausdrücke

$$\begin{aligned} \text{(a)} & (4 - 2i) + (-6 + 5i)^* & \text{(b)} & [(3 - 2i)(1 + 3i)]^* \\ \text{(c)} & |3 - 4i||4 + 3i| & \text{(d)} & \left| \frac{1}{1 + 3i} - \frac{1}{1 - 3i} \right| \end{aligned}$$

**Aufgabe 3: Rechnen mit komplexen Zahlen**

Bringen sie die folgenden Ausdrücke in die Form:  $a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ .

$$\text{(a)} \quad z = \frac{4 - \frac{1}{2}i}{2 + i} - \left(\frac{1}{2} - 2i\right), \quad \text{(b)} \quad \frac{-3 + i}{i}, \quad \text{(c)} \quad z = \frac{\sqrt{2}(1 + i)\sqrt{-1}}{\left|\frac{i+1}{i-1}\right| (i-3) + (1-i)^* \cdot (1+i)}$$

**Aufgabe 4: Hinleitung zur Eulerschen Formel**

Die Funktion

$$g(x) = e^{\lambda x}$$

besitzt folgende Eigenschaften:

$$\text{(a)} \quad g'(x) = \lambda \cdot g(x) \qquad \text{(b)} \quad g(0) = 1$$

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(x) = \cos(x) + i \sin(x)$$

folgende Eigenschaften besitzt:

$$\text{(c)} \quad f'(x) = i \cdot f(x) \qquad \text{(d)} \quad f(0) = 1$$

Was gilt für Funktionen, deren Ableitungen identisch sind ( $g'(x) = f'(x)$ ) und die an einem Punkt übereinstimmen ( $g(x_0) = f(x_0)$ )? Was folgt aus dem Vergleich von  $e^{ix}$  und  $\cos(x) + i \sin(x)$ ?