ulm university universität uulm

Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Christian Carbogno

Mathematische Methoden für Lehramt Chemie-Biologie

Montag 14:00 c.t., N24 / 252

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 4, verteilt am 10.11.2008, Übung am 17.11.2008

Aufgabe 1: *Umformung von Summen*

(a)

$$\sum_{j=1}^{100} jx^{j+1} - \sum_{k=0}^{102} kx^{k-1}.$$

(i) Fassen Sie die gleichen Potenzen von x zusammen.

(ii) Welcher Vorfaktor gehört zu x^{50}?

(b) Fassen Sie gleiche Terme von x auch im folgenden Ausdruck zusammen:

$$\sum_{k=-3}^{50} 2k^2 x^{k-2} - \sum_{k=1}^{47} \frac{x^{k+4}}{k^2}$$

Aufgabe 2: *Matrixmultiplikation*

Berechnen Sie die folgenden Matrixprodukte:

(a) $\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \pi & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \pi & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}^3 \quad \left[= \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \right]$

(d) $\begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ (e) $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}^2$

(f) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (g) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: *Elementare Rechenregeln für Summen*

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^{m} a = (m-n+1)a \qquad (1) \qquad\qquad \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad (3)$$

$$\sum_{i=n}^{m} (ka_i) = k\sum_{i=n}^{m} (a_i) \qquad (2) \qquad\qquad \sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{q^{n+1}-1}{q-1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \qquad (4)$$

(i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.

(ii) Versuchen Sie, allgemeine Beweise für die Gleichungen (1) - (4) zu finden.

(iii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen ($q \neq 1; q \neq 0$) zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120} (2l+3) \qquad \sum_{l=7}^{n} 3(8l+5) \qquad \sum_{i=0}^{m} aq^i \qquad \sum_{i=1}^{m} aq^i \qquad \sum_{i=n}^{m} aq^i$$

(iv) Welchen Sonderfall stellt $q = 1$ dar?