Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Christian Carbogno

Mathematische Methoden für Lehramt Chemie-Biologie

Montag 14:00 c.t., N24 / 252

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 8, verteilt am 8.12.2008, Übung am 15.12.2008

Aufgabe 1: *Rechnen mit komplexen Zahlen*

Bringen sie die folgenden Ausdrücke in die Form: $a + b\,i\,,\ a, b \in \mathbb{R}$.

$$\text{(a)}\quad z = \frac{4 - \frac{1}{2}i}{2+i} - (\frac{1}{2} - 2\,i)\,, \qquad \text{(b)}\quad \frac{-3+i}{i}\,, \qquad \text{(c)}\quad z = \frac{\sqrt{2}(1+i)\sqrt{-1}}{\left|\frac{i+1}{i-1}\right|(i-3) + (1-i)^* \cdot (1+i)}$$

Aufgabe 2: *Komplexen Zahlen und Binomische Formel*

Berechnen Sie unter Verwendung der Binomischen Formel und bringen Sie das Ergebnis auf die Form $z = a + i\,b$.

$$\text{(a)}\quad (3 - \sqrt{2}\,i)^5\,, \qquad \text{(b)}\quad (1+i)^6$$

Lösen Sie bitte die gleiche Fragestellung nochmals mit der Moivreschen Formel. Überlegen Sie sich, wie man $(1+i)^6$ noch auf andere Weise (also weder Moivre noch Binomische Formel) möglichst schnell und einfach berechnen könnte. Berechnen Sie damit $(1-i)^{200}$ und $(1-i)^{199}$.

Aufgabe 3: *Darstellung komplexer Zahlen*

(a) Berechnen Sie z^2, z^3 und z^4 für $z = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$.

(b) Stellen Sie die folgenden vier Punkte in der komplexen Ebene grafisch dar:

$$P_1 = (\text{Re}[z], \text{Im}[z]) \qquad P_2 = (\text{Re}[z^2], \text{Im}[z^2]) \qquad P_3 = (\text{Re}[z^3], \text{Im}[z^3]) \qquad P_4 = (\text{Re}[z^4], \text{Im}[z^4])$$

(c) Sind $\overrightarrow{OP_1}$ und $\overrightarrow{OP_2}$ linear unabhängig? Der Punkt O ist $(0, 0)$.

(d) Sind $\overrightarrow{OP_1}$, $\overrightarrow{OP_2}$ und $\overrightarrow{OP_3}$ linear unabhängig?

(e) Bestimmen Sie P_4 in Polarkoordinaten (r, θ).

Aufgabe 4: *Wurzeln von komplexen Zahlen*

Bestimmen und zeichnen Sie **alle** Ergebnisse von

$$z = \sqrt[3]{27i}$$

in der komplexen Ebene.

Aufgabe 5: *Geographische Koordinaten von München und Tokyo*

Wie lang ist die kürzeste Flugstrecke zwischen München und Tokyo? Der Flughafen München liegt auf $48°21'17''$ Nord - $11°47'15''$ Ost und der Narita International Airport liegt auf $35°45'50''$ Nord - $140°23'30''$ Ost. Der Radius der Erde beträgt 6360 km und die Flughöhe ungefähr 10.000 m. Folgende Informationen sind hilfreich, trotzdem sollen Sie diesmal den Taschenrechner verwenden:

$$\begin{aligned}
\sin(48°21'17'') &= 0.743 \quad ; \quad \cos(48°21'17'') = 0.669;\\
\sin(11°47'15'') &= 0.191 \quad ; \quad \cos(11°47'15'') = 0.982;\\
\sin(35°45'50'') &= 0.574 \quad ; \quad \cos(35°45'50'') = 0.819;\\
\sin(140°23'30'') &= 0.643 \quad ; \quad \cos(140°23'30'') = -0.766.
\end{aligned}$$

Aufgabe 6: *Gleichungssysteme*

- Berechnen Sie die Determinante von
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$
- Lösen Sie das zugehörige Gleichungssystem mit einer Methode Ihrer Wahl:
$$A \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$
- Lösen Sie das zugehörige Gleichungssystem mit einer Methode Ihrer Wahl:
$$A \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$
- Berechnen Sie nun die Determinante von
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
- Lösen Sie das zugehörige Gleichungssystem mit einer Methode Ihrer Wahl:
$$B \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$
- Lösen Sie das zugehörige Gleichungssystem mit einer Methode Ihrer Wahl:
$$B \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$