



Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Christian Carbogno

Mathematische Methoden für Lehramt Chemie-Biologie

Montag 14:00 c.t., N24 / 252

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 9, verteilt am 15.12.2008, Übung am 12.1.2009

Aufgabe 1: Eulersche Formel

Gegeben sei

$$z := \frac{e^{-i\alpha}}{1 - i\gamma e^{i\alpha}}; \quad (\alpha, \gamma \text{ reell}, \quad 0 \leq \alpha < 2\pi)$$

- (a) Für welche α, γ wird der Nenner von z null?
(b) Berechnen Sie $Re(z)$ und $Im(zz^*)$.

Aufgabe 2: Eulersche Formel

Schreiben Sie z in der Form $a + ib$.

$$(a) \quad z = \frac{\sqrt{6} (e^{\frac{\pi}{4}i})^* \cdot Re(e^{\frac{\pi}{6}i})}{(3 + 4i) e^{\frac{\pi}{2}i}} \quad (b) \quad z = \frac{e^{i(\frac{\pi}{4} - e^{-\frac{\pi}{2}i})}}{i - 1}$$

Aufgabe 3: Eulersche Formel

Gegeben sei die komplexe Zahl $z = \frac{\pi^2}{2}(1 + i\sqrt{3})$. Berechnen Sie $Im(e^{\sqrt{z}})$.

Aufgabe 4: Darstellung komplexer Zahlen: Gauß'sche Zahlenebene und Euler'sche Formel

Wandeln Sie die folgenden komplexen Zahlen in die kartesische bzw. in die Darstellung aus der Euler'schen Formel um und stellen Sie diese graphisch dar.

$$(a) \quad -1 - \sqrt{3} \quad (b) \quad -3 \quad (c)^{TR} \quad 4 - i \quad (d) \quad e^{\frac{\pi}{2}i} \quad (e) \quad 4e^{\frac{5}{6}\pi i} \quad (f) \quad e^{1,75\pi i}$$

Aufgabe 5: Darstellung komplexer Zahlen

Zeichnen Sie folgende komplexe Mengen:

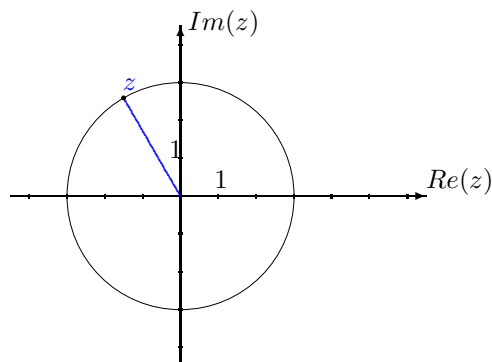
$$(a) \quad |z| < 2 \quad (b) \quad |z - 1| < 2 \quad (c) \quad |z - i| < 2 \\ (d) \quad |z + 1 + i| = 1 \quad (e) \quad 1 \leq |z| \leq 2 \quad (f) \quad \left| z - \frac{1}{1+i} \right| = 1$$

Aufgabe 6: Wurzeln von komplexen Zahlen

Eine komplexe Zahl vom Betrag 3 sieht in einer Skizze so aus:

Zeichnen Sie (ohne Rechnung) alle dritten und alle fünften Wurzeln von z ein!

$$\sqrt[3]{3} \approx 1,4 \quad \sqrt[5]{3} \approx 1,2$$



Aufgabe 7: *Wurzeln von komplexen Zahlen*

Bestimmen Sie den Winkel derjenigen 10-ten Wurzel von $z = \frac{1}{2} - \frac{i}{2}\sqrt{3}$, die den betragsmäßig kleinsten Realteil und einen negativen Imaginärteil hat.

Aufgabe 8: *Eigenwerte und Eigenvektoren*

Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrizen:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$