



Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Christian Carbogno

Mathematische Methoden für Lehramt Chemie-Biologie

Montag 14:00 c.t., N24 / 252

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 10, verteilt am 22.12.2008, Übung am 12.1.2009

Probeklausur: Bearbeitungszeit 2h

Aufgabe 1: Kreuzprodukt

Berechnen Sie:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: Spatprodukt

Die Elementarzelle einer Struktur hat die Seitenlängen $a = 10 \text{ \AA}$, $b = 9 \text{ \AA}$ und $c = 11 \text{ \AA}$. Die Winkel zwischen den Achsen (a, b, c) sind $\alpha \neq 90^\circ$, $\beta \neq 90^\circ$ und $\gamma \neq 90^\circ$. Zeigen Sie, daß das Volumen der Elementarzelle (d. h. des Spats mit den Seiten a, b, c und den Winkeln α, β, γ) nicht größer als 990 \AA^3 sein kann.

Hinweis: Drücken Sie das Spatprodukt durch Skalar- und Kreuzprodukt aus.

Aufgabe 3: Vereinfachen von Fakultäten

Vereinfachen Sie soweit wie möglich

$$(a) \frac{(2n+4)!(n-2)!}{(n+2)!(2n+2)!} \quad (b) \frac{(2n)!!(3n+4)!!}{2^{n+1}(n-2)!!(3n)!!} \quad (c) \frac{\binom{n}{n-3}}{\binom{n-1}{n-2}}$$

Hinweis:

$$n!! = \begin{cases} n \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 & \text{für } n > 0 \text{ ungerade} \\ n \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 & \text{für } n > 0 \text{ gerade} \\ 1 & \text{für } n = -1, 0 \end{cases}$$

Aufgabe 4: Beweis einiger trigonometrischer Relationen

Beweisen Sie

$$\begin{aligned} a) \quad \sin(\alpha) &= 3 \sin\left(\frac{\alpha}{3}\right) - 4 \sin^3\left(\frac{\alpha}{3}\right) \\ b) \quad \frac{\sin(2\alpha) \cdot \tan(\pi-\alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)} &= -\tan(\alpha) \end{aligned}$$

Aufgabe 5: Eulersche Formel

Berechnen Sie

$$T = \sum_{n=0}^{100} [\cos(n\pi) + i \sin(n\pi)]$$

Hinweis: Denken Sie zuerst an die Eulersche Formel und dann an die geometrische Summe.

Aufgabe 6: Rechnen mit komplexen Zahlen: Euler'sche Formel

Geben Sie z in der Form $a + ib$ an.

$$z = \frac{(2 + 3i) e^{i\frac{\pi}{2}} e^{\frac{3}{2}i\pi}}{(i + i^2) \left| \frac{2}{(1+i)^2} \right|}$$

Aufgabe 7: Umformung von Summen

$$\sum_{k=-5}^{23} (k^2 + 3) x^{k+7} - \sum_{n=3}^{30} (n + 100) x^{n-3}$$

- Fassen Sie die gleichen Potenzen von x zusammen.
- Bestimmen Sie den Term mit x^{18} .
- Bestimmen Sie den Term mit x^0 .

Hinweis: Sie können die Teilaufgaben b) und c) auch für die einzelnen Summen lösen, falls Sie an a) scheitern.

Aufgabe 8: Gleichungssysteme

- Berechnen Sie die Determinante der Matrix A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Welche Aussagen können Sie auf Grund des Ergebnisses in Teilaufgabe a) treffen?
- Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit einer Methode ihrer Wahl.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$