ulm university universität uulm

Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Dipl. Phys. oec Sebastian Schnur

Mathematik I für Biochemie und Molekulare Medizin

Biochemie: Mi. 14:00 , H16 — Molekulare Medizin: Do. 10:15 , Klinik 2609/10

Die Übungsblätter können von `http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre` *heruntergeladen werden.*

Übungsblatt 4, verteilt am 05. 11. 2008, Übung am 12. 11. 2008

Aufgabe 1: *Elementare Rechenregeln für Summen*

Für endliche Summen gelten folgende Rechenregeln:

$$\sum_{i=n}^{m} a = (m-n+1)a \qquad (1) \qquad\qquad \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad (3)$$

$$\sum_{i=n}^{m}(ka_i) = k\sum_{i=n}^{m}(a_i) \qquad (2) \qquad\qquad \sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{q^{n+1}-1}{q-1} \text{ für } q \neq 1; q \neq 0 \qquad (4)$$

(i) Verinnerlichen Sie die Gleichungen (1) - (4) an Hand von frei wählbaren, konkreten Beispielen.

(ii) Wenden Sie (1) - (4) konsequent an, um die folgenden Summen zu berechnen:

$$\sum_{l=1}^{120}(2l+3) \qquad \sum_{l=7}^{n}3(8l+5) \qquad \sum_{i=0}^{m}a\cdot 5^i \qquad \sum_{i=n}^{m}a\cdot 5^i \qquad \sum_{i=1}^{m}aq^i$$

Aufgabe 2: *Berechnen endlicher Summen*

(a) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion (siehe Skript), dass

$$\sum_{\nu=0}^{n}\nu = \frac{n(n+1)}{2}$$

(b) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^{5}[(\nu+1)-\nu]$$

(c) Berechnen Sie ohne umzuformen die folgende Summe durch Aufschreiben aller Terme

$$\sum_{\nu=1}^{5}[(\nu+1)^2-\nu^2]$$

(d) Wenn sie das Prinzip aus (b) und (c) verstanden haben können sie nun ganz schnell folgende Summe ausrechnen

$$\sum_{\nu=1}^{99}[(\nu+1)^2-\nu^2]$$

(e) Was gilt nun wohl allgemein für

$$\sum_{\nu=1}^{n}[a_{\nu+1}-a_\nu]$$

Hinweis: Diese Art von Summe nennt man Teleskop-Summe.

Aufgabe 3: *Berechnen endlicher Summen*

Die folgenden Aufgabenteile sind voneinander abhängig und sollten in der angegebenen Reihenfolge bearbeitet werden:

(a) Berechnen Sie $\sum_{\nu=0}^{n} 1$ und $\sum_{\nu=0}^{n}\nu$.

(b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{\nu=0}^{n} \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(c) Berechnen Sie die endliche Summe

$$S_n = \sum_{\nu=0}^{n} [(\nu+1)^4 - \nu^4]$$

Hinweis: Teleskop-Summe $\sum_{\nu=0}^{n}[a_{\nu+1} - a_\nu] = a_{n+1} - a_0$

(d) Formen Sie S_n aus Aufgabenteil (c) um und bestimmen Sie a, b, c und d in der folgenden Formel (durch Gleichsetzen mit (c)):

$$S_n = \sum_{\nu=0}^{n} [a\nu^3 + b\nu^2 + c\nu + d]$$

Hinweis: Nun (c) ausmultiplizieren.

(e) Berechnen Sie die endliche Summe

$$\sum_{\nu=0}^{n} \nu^3 \quad .$$

Verwenden Sie hierbei die Teilergebnisse der vorhergehenden Aufgabenteile.