



Institut für Theoretische Chemie:
Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Daniela Künzel, Katrin Tonigold, Dorothee Denot
Mathematische Methoden III für Chemie und Wirtschaftschemie

Fr. 10:15 Uhr, H9, 028/2004, O25/346

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

Übungsblatt 7, verteilt am 28. 11. 2008, Übung am 5. 12. 2008

Aufgabe 1: Weiterführende Vektorrechnung

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Länge der beiden Vektoren, $2\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{a} \odot \vec{b}$ und $\vec{a} \times \vec{b}$.

Aufgabe 2: Matrixmultiplikation

Berechnen Sie die folgenden Matrixprodukte:

$$(a) \begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \pi & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \pi & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}^3 \quad \left[= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \right]$$

$$(d) \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (e) \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}^2$$

Aufgabe 3: Determinanten & Matrizen-Multiplikation

Gegeben seien die Matrizen A und B :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Berechnen Sie die Produkte AB und BA . Ist die Matrizen-Multiplikation kommutativ?
- (ii) Berechnen Sie die Determinanten $|A|$, $|B|$, $|AB|$ und $|BA|$.

Aufgabe 4: Matrixmultiplikation & Inverse Matrix

(a) Bestimmen Sie a , b und c in folgender Matrizen-Gleichung:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 4 & -2 \\ 2 & b & 2 \\ -2 & 4 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) Berechnen Sie

$$\begin{pmatrix} a & 4 & -2 \\ 2 & b & 2 \\ -2 & 4 & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix},$$

indem Sie das Resultat aus Teilaufgabe (a) verwenden.

Aufgabe 5: *Inverse Matrix*

Berechnen Sie die Inversen der folgenden Matrizen. Welche dieser Matrizen ist orthogonal?

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -1 \end{pmatrix}$$

Hinweis: Wenn Sie hierfür eine kompakte Formel kennen, können Sie diese auch verwenden.