



**Institut für Theoretische Chemie:**  
**Prof. Dr. Gerhard Taubmann, Daniela Künzel, Katrin Tonigold, Dorothee Denot**  
**Mathematische Methoden III für Chemie und Wirtschaftschemie**

Fr. 10:15 Uhr, H9, 028/2004, O25/346

Die Übungsblätter können von <http://www.uni-ulm.de/theochem/lehre> heruntergeladen werden.

**Übungsblatt 10, verteilt am 19. 12. 2008, Übung am 9. 1. 2009**

**Aufgabe 1: Lineares Gleichungssystem: Lösen durch inverse Matrix**

Bestimmen Sie die Lösung  $\vec{x}$  des linearen Gleichungssystems  $\mathbf{A}\vec{x} = \vec{b}$  mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie die inverse Matrix  $\mathbf{A}^{-1}$  mit Hilfe der Adjunkten und bestimmen Sie damit  $\vec{x}$ . Prüfen Sie das Ergebnis, indem Sie  $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}$  ausrechnen.

b) Berechnen Sie die inverse Matrix  $\mathbf{A}^{-1}$  und den Vektor  $\vec{x}$ , indem Sie die zusammengesetzte Matrix  $(\mathbf{A}\vec{b}\mathbf{E})$  durch geeignete Umformungen in die Matrix  $(\mathbf{E}\vec{x}\mathbf{A}^{-1})$  überführen.

**Aufgabe 2: Inverse Matrix**

Berechnen Sie die inverse Matrix  $\mathbf{A}^{-1}$  mit dem (Gauss-Jordan) Eliminierungs-Verfahren.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3: Eigenwerte und Eigenvektoren**

Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrizen:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 4: Schäfertreffen**

Zwei Schäfer treffen sich. Sagt der erste Schäfer zum zweiten: "Gib mir sechs Schafe von Dir, dann habe ich doppelt so viele wie Du!" Dann sagt aber der zweite Schäfer zum ersten: "Gib Du mir sechs Schafe von Deinen, dann haben wir gleichviele!" Wieviele Schafe hat jeder Schäfer?

**Aufgabe 5: Vater und Söhne**

Ein Vater ist so alt wie seine drei Söhne zusammen. Vor zehn Jahren war er dreimal so alt wie sein ältester und fünfmal so alt wie sein zweiter Sohn. Der jüngste Sohn ist 14 Jahre jünger als sein ältester Bruder. Wie alt ist jeder der drei Söhne?