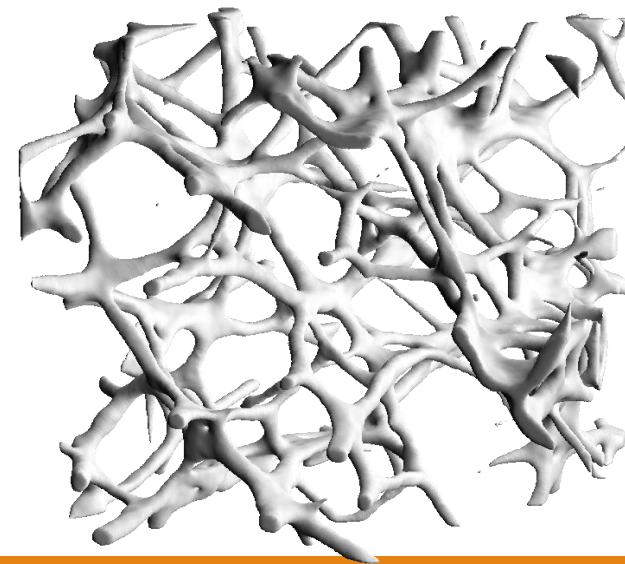
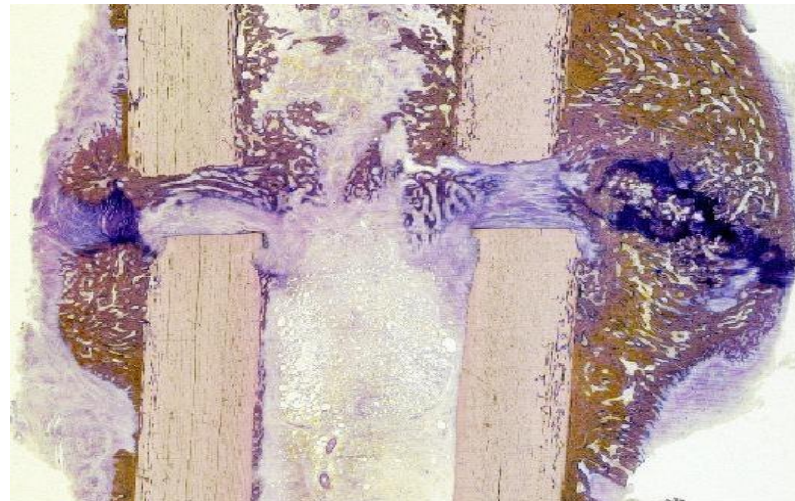
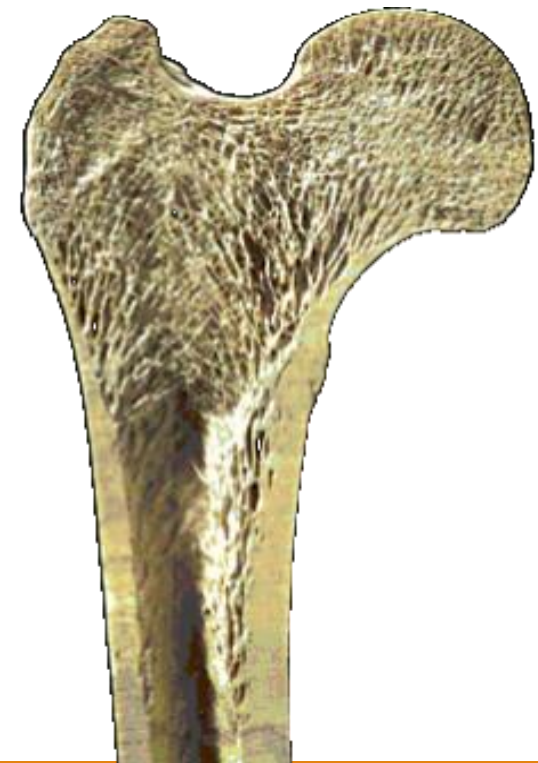


Mechanische Grundlagen der Biomechanik und Biomechanische Prinzipie des Knochenbaus

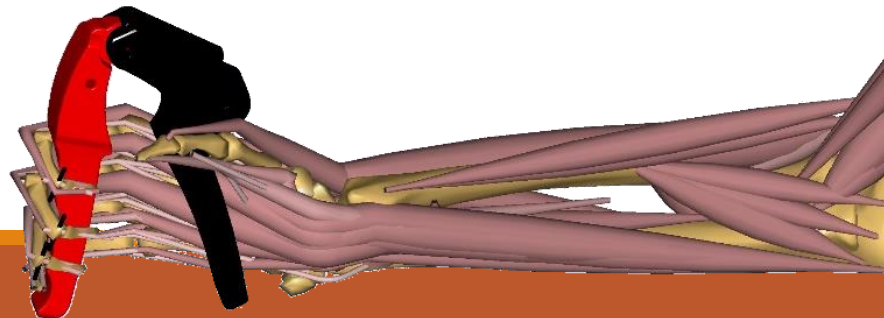
M.Sc. Lucas Engelhardt
UZWR



Was ich mache:



Frakturen in gesunden, alten und osteoporoten Menschen



www.biomechanics.de

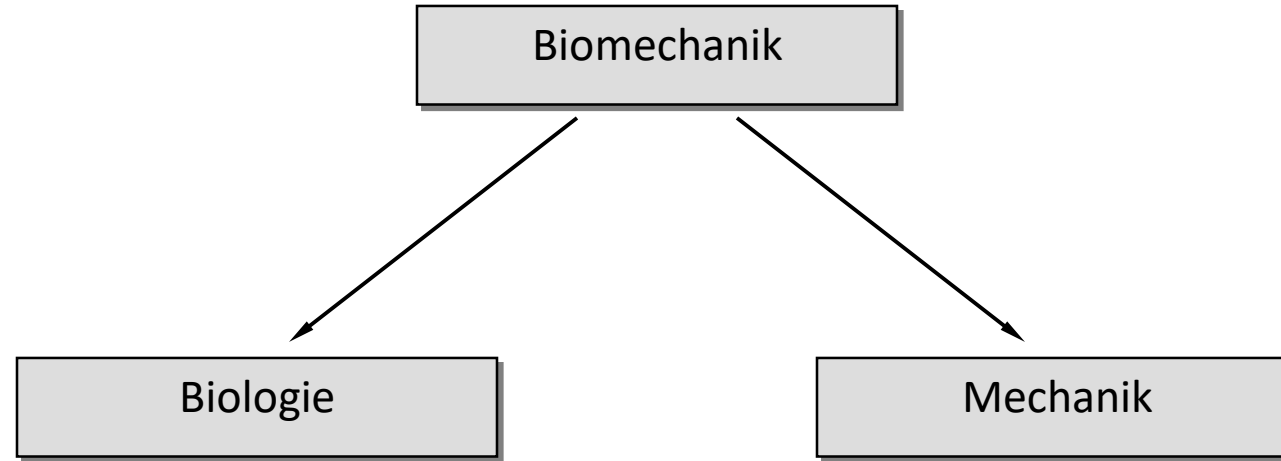
The screenshot shows the website of the Institute for Unfallchirurgische Forschung und Biomechanik (ufbulm) at the University of Ulm. The header includes the university logo and navigation links: Information, Forschungsfelder, Lehre, and Publikationen. Below the header is a banner image of the institute's building. The main content area is titled 'Vorlesungen' (Lectures) and lists three courses: Biomechanik, Experimentelle Unfallchirurgie - Mechanics meets Biology, and Masterstudiengang Molecular Medicine. Each course has a brief description, a schedule, and a link to the lecture page. A 'Login für Studierende' (Login for Students) section is also visible on the right side of the page.

Benutzername: vorlesung
Passwort: Bio2020mechanik

www.uzwr.de

The screenshot shows the website of the Ulmer Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen (UZWR) at the University of Ulm. The header includes the university logo and navigation links: Industrie-Kooperationen, Forschung, Lehre, and Informationen. Below the header is a banner image of the UZWR building. The main content area is titled 'Lehre' (Teaching) and lists several courses: Bachelor CSE, Master CSE, Praktikum SI50 (Ba CSE), Comp Biomech (Ma CSE), Seminar Comp Biomech (M CSE), MSM (Ma Mat), and CompMethMatSc (Ma AdvMat). A 'Lehreexport und Weiterbildung' (Teaching Export and Continuing Education) section is highlighted with a red box. This section contains information about the 'Biomechanik-Vorlesung' (Biomechanics Lecture) for students of the Hochschule Ulm (Medical Technology) and also a choice for some study programs of the University of Ulm (Medicine, CSE). The lecture is held in the winter semester. The section also lists the lecture topics: Mechanische Grundbegriffe, Prinzipien des Knochenbaus, and Numerische Methoden in der Biomechanik. A link to 'Downloads zu dieser Vorlesung' (Downloads for this lecture) is provided at the bottom of the section. On the right side of the page, there is a photo of a student working on a biomechanics experiment, labeled 'Biomechanics Summer Course 2011'.

Allgemeines



Ziel der Vorlesung:

Mechanische Grundlagen in anschaulicher Form auffrischen.

Gliederung Vorlesung 1

1.4. Statik starrer Körper

- 1.4.1. Die Kraft
- 1.4.2. Das Schnittprinzip (von Euler)
- 1.4.3. Zusammenfassen und Zerlegen von Kräften
- 1.4.4. Das Moment
- 1.4.5. Moment einer Kraft bezüglich eines Punkts
- 1.4.6. Freikörperbild
- 1.4.7. Statisches Gleichgewicht
- 1.4.8. Rezept zum Lösen von Aufgaben aus der Statik
- 1.4.9. Rechenbeispiel „Bizepskraft“

1.5. Elastostatik / Festigkeitslehre

- 1.5.1. Die Spannung
- 1.5.2. Beispiel: Zugspannung im Muskel
- 1.5.3. Normal- und Schubspannungen
- 1.5.4. Dehnungen
- 1.5.5. Materialgesetze
- 1.5.6. Einfache Lastfälle

1.6. Kinematik

- 1.6.1. Koordinatensysteme
- 1.6.2. Translation und Rotation
- 1.6.3. Weg und Winkel
- 1.6.4. Geschwindigkeit
- 1.6.5. Beschleunigung
- 1.6.6. Zusammenfassung

1.7. Kinetik / Dynamik

- 1.7.1. d'Alembertsches Prinzip
- 1.7.2. Energie, Arbeit, Leistung

Größen, Dimensionen, Einheiten

Standard: ISO 31, DIN 1313

Größe = Zahlenwert · Einheit

Länge L = 2 · m = 2 m

{Größe} = Zahlenwert

[Größe] = Einheit

<u>falsch:</u>	Länge L [m]	<u>richtig:</u>	Länge L / m
		oder	Länge L in m

SI-Basiseinheiten (Mechanik):

m (Meter), kg (Kilogramm), s (Sekunde)

Einheitensysteme

Basiseinheiten			Abgeleitete Einheiten					Bemerkung
Länge	Masse	Zeit	Kraft	Spannung	Dichte	Beschl.	...	
m	kg	sec	N					SI-Einheiten
mm		sec						Organ-Level
								Tissue-Level

[...] bedeutet Einheit von ...

Zu Zeile 1:

$$[\text{Kraft}] = [\text{Masse}] * [\text{Länge}] / [\text{Zeit}]^2$$

$$[\text{Spannung}] = [\text{Kraft}] / [\text{Länge}]^2$$

$$[\text{Dichte}] = [\text{Masse}] / [\text{Länge}]^3$$

...

Zu Zeile 2:

1. Wahl: mm

2. Wahl: N

3. Wahl: sec

$$[\text{Masse}] = ?$$

$$[\text{Kraft}] = [\text{Masse}] * [\text{Länge}] / [\text{Zeit}]^2$$

$$[\text{Masse}] = [\text{Kraft}] * [\text{Zeit}]^2 / [\text{Länge}]$$

$$= (\text{kg} * \text{m} / \text{sec}^2) * \text{sec}^2 / \text{mm}$$

$$= 1000 \text{ kg}$$

$$= \text{t}$$

Die Kraft

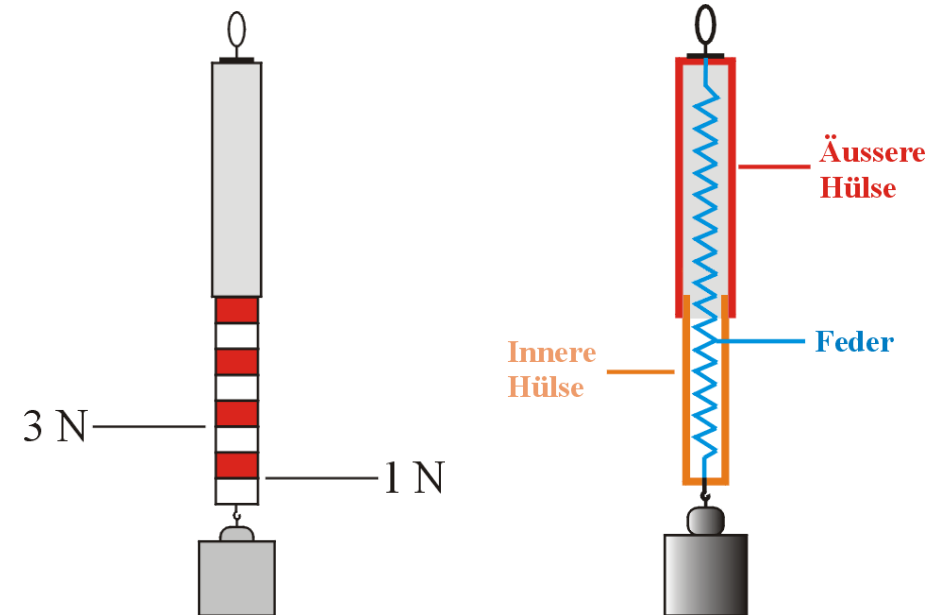
- Der Kraft-Begriff ist aus dem Alltag gut bekannt: Antriebskraft, Muskelkraft, Arbeitskraft, ...
- aber eigentlich axiomatisch, d.h. ohne strenge Definition
- „Kraft“ ist eine Erfindung, keine Entdeckung
- Kräfte können nicht direkt gemessen werden.

Zweites Newtonsches Axiom:

Kraft = Masse · Beschleunigung oder $F = m \cdot a$

Zum Merken:

Die Kraft ist die Ursache für eine Beschleunigung (Bewegungsänderung) oder eine Verformung (Dehnung) eines Körpers.



Die Einheit der Kraft

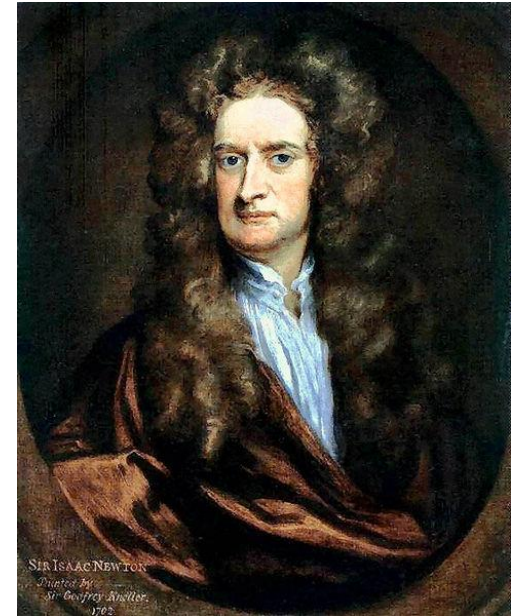
Newton

$$\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$

$$\begin{aligned} F_G &= m \cdot g \\ &= 0,102 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg} \\ &= 1 \text{ N} \end{aligned}$$



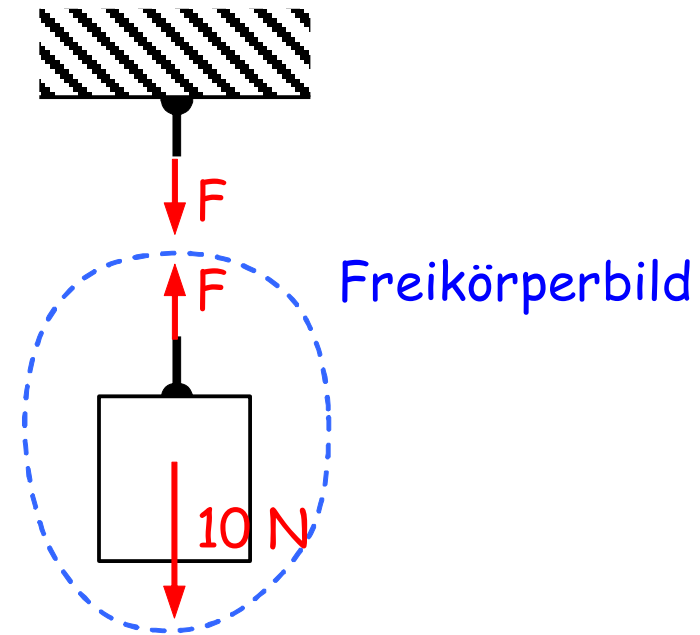
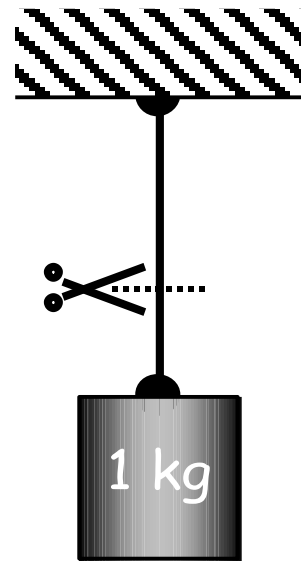
1 N



Zum Merken:

Gewichtskraft einer Tafel Schokolade ≈ 1 Newton

Schnittprinzip (Euler) und Freikörperbild



Zum Merken:

Erst schneiden dann Kräfte und Momente eintragen.

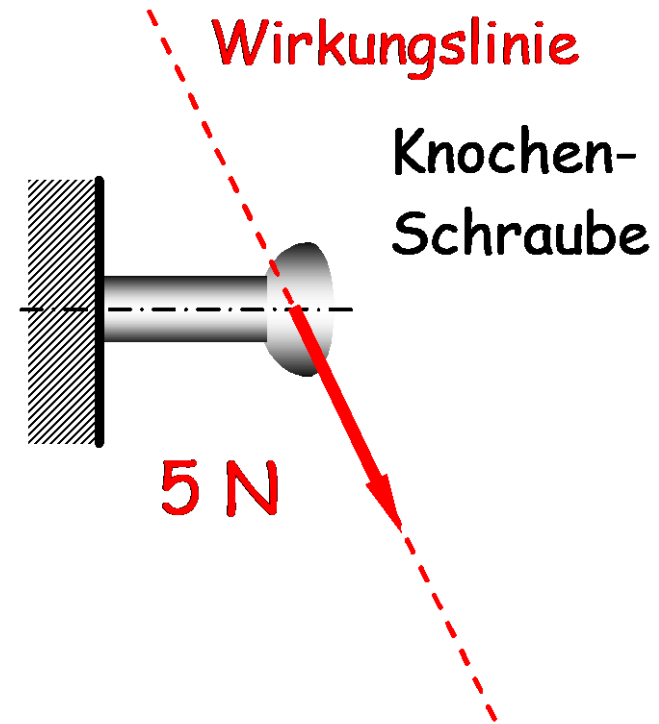
Freikörperbild = völlig freigeschnittenes Teilsystem

Darstellen von Kräften

... mit Pfeilen

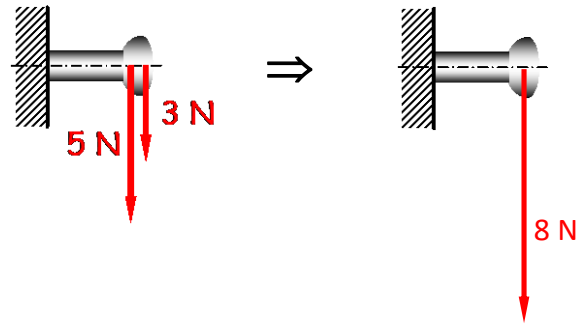
Kräfte sind *vektorielle*
Größen

- Betrag
- Richtung
- Richtungssinn

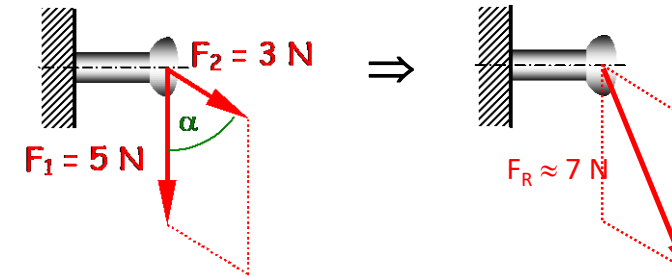


Zusammenfassen und Zerlegen von Kräften

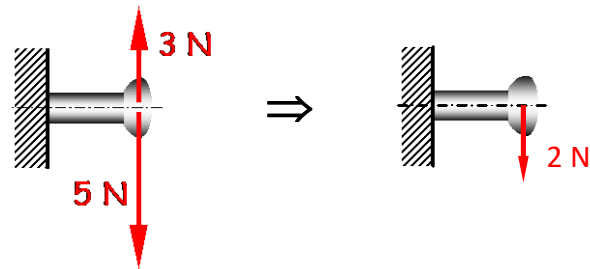
Addition der Beträge



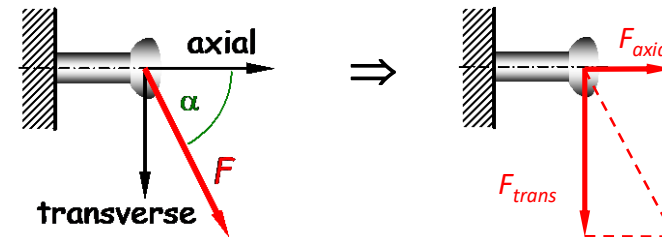
Vectoraddition



Subtraktion der Beträge

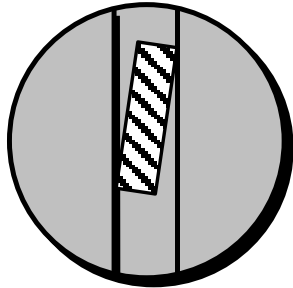


Zerlegung in Komponenten



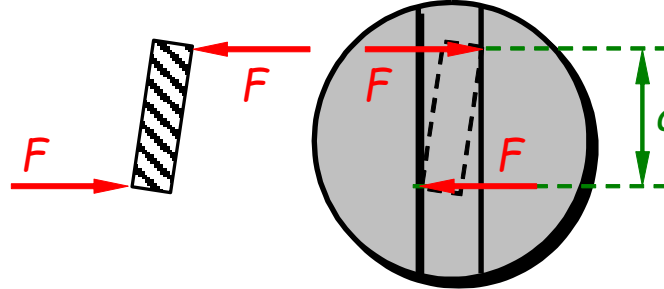
Das Moment

Schlitzschraube mit
Schraubenzieher-
Klinge (belastet)



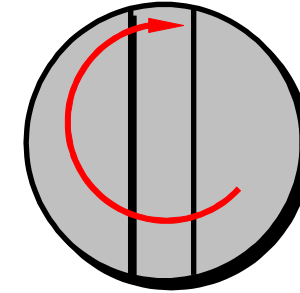
Klinge

Schraube



Kräftepaar (F, a)

$$M = F \cdot a$$



Moment M

Zum Merken:

Ein Moment ist die Ursache für eine Dreh-Beschleunigung (Bewegungsänderung) oder eine (Dreh-) Verformung (Torsion, Biegung) eines Körpers.

Zum Denken:

Moment gleich "Drehkraft"

Das Moment

Einheit des Moments

Newton-Meter

$$\text{N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$$

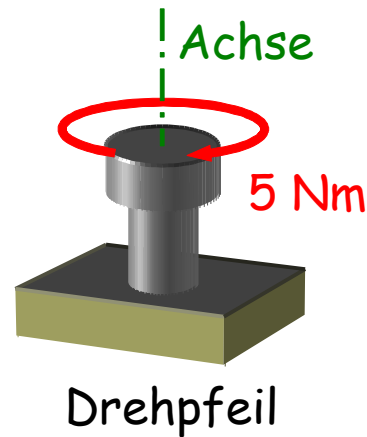
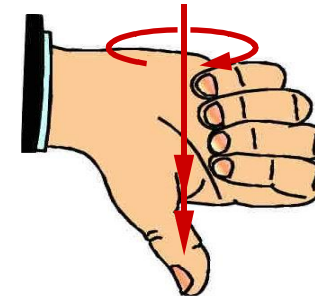
Darstellung von Momenten

... mit Drehpfeilen oder
Doppelpfeilen

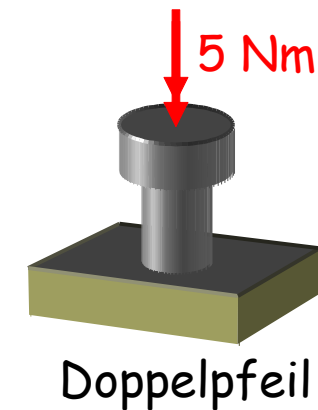
Momente sind *vektorielle* Größen

- Betrag
- Richtung
- Richtungssinn

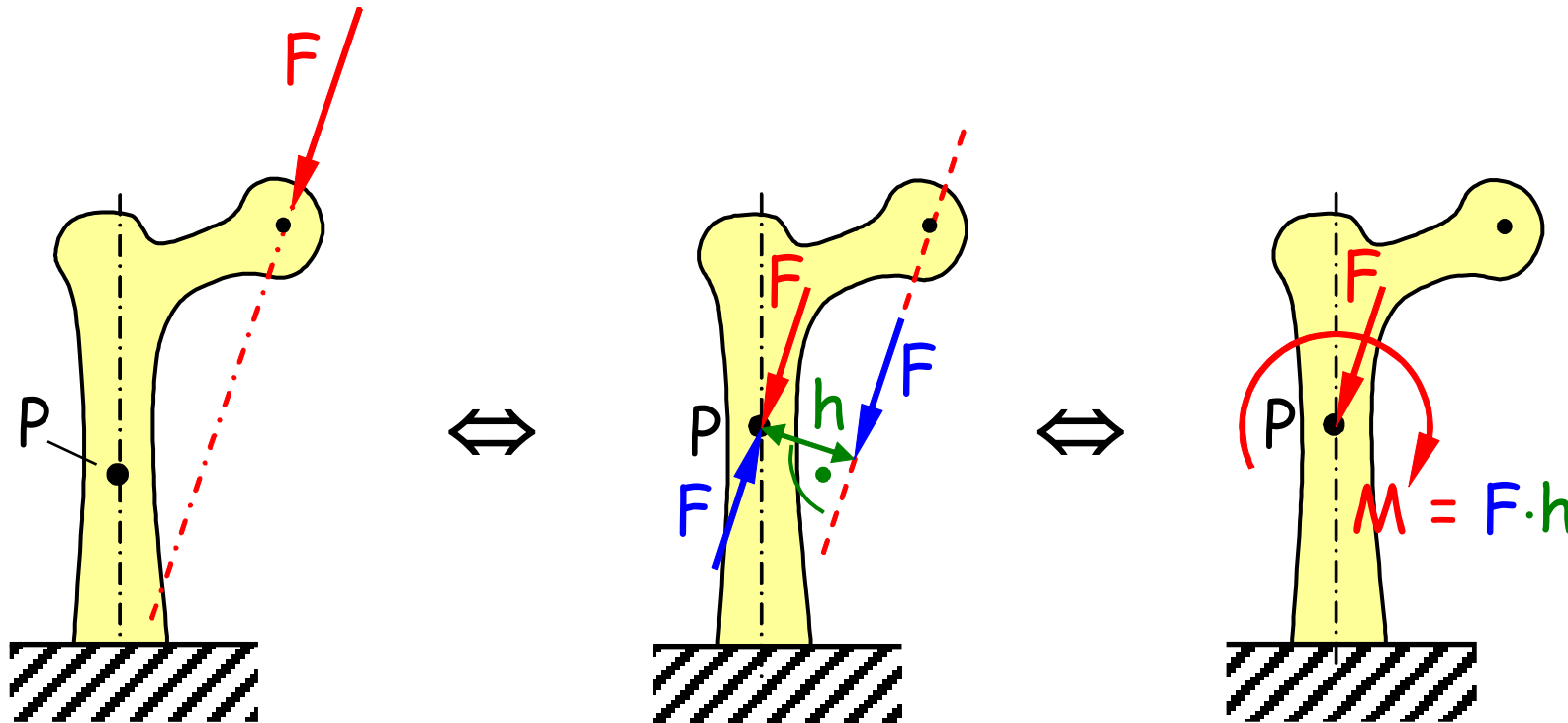
Rechte-Hand-Regel:



oder



Moment einer Kraft bezüglich eines Punktes P



Zum Merken:

Moment = Kraft mal Hebelarm

(Hebelarm senkrecht zur Wirkungslinie)

Statisches Gleichgewicht

Wichtig:

Gleichgewicht nur an “Freikörperbildern”

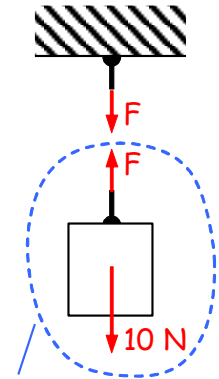
Für ein **ebenes** (2D) Problem gelten **drei** Gleichungen:

Summe aller Kräfte in x - Richtung: $F_{1,x} + F_{2,x} + \dots \stackrel{!}{=} 0,$

Summe aller Kräfte in y - Richtung: $F_{1,y} + F_{2,y} + \dots \stackrel{!}{=} 0,$

Summe aller Momente bezüglich P: $M_{1,z}^P + M_{2,z}^P + \dots \stackrel{!}{=} 0.$

(Für ein **räumliches** (3D) Problem gelten **sechs** Gleichungen)



Freikörperbild innerhalb der Hüllfläche

Lösungsrezept

Schritt 1: Modellbildung. Generieren eines Ersatzmodells (Skizze mit Geometrie, Lasten, Einspannungen). Weglassen unwichtiger Dinge. Das “reale System” muss abstrahiert werden.

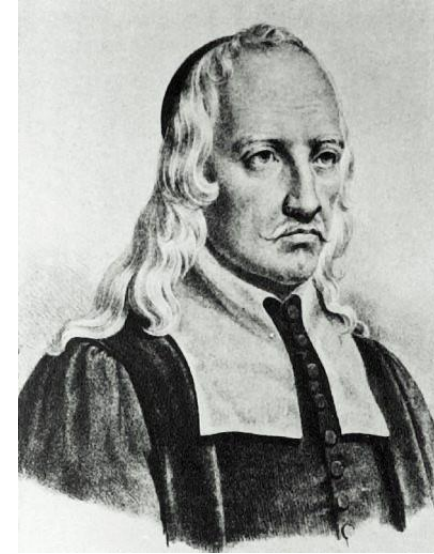
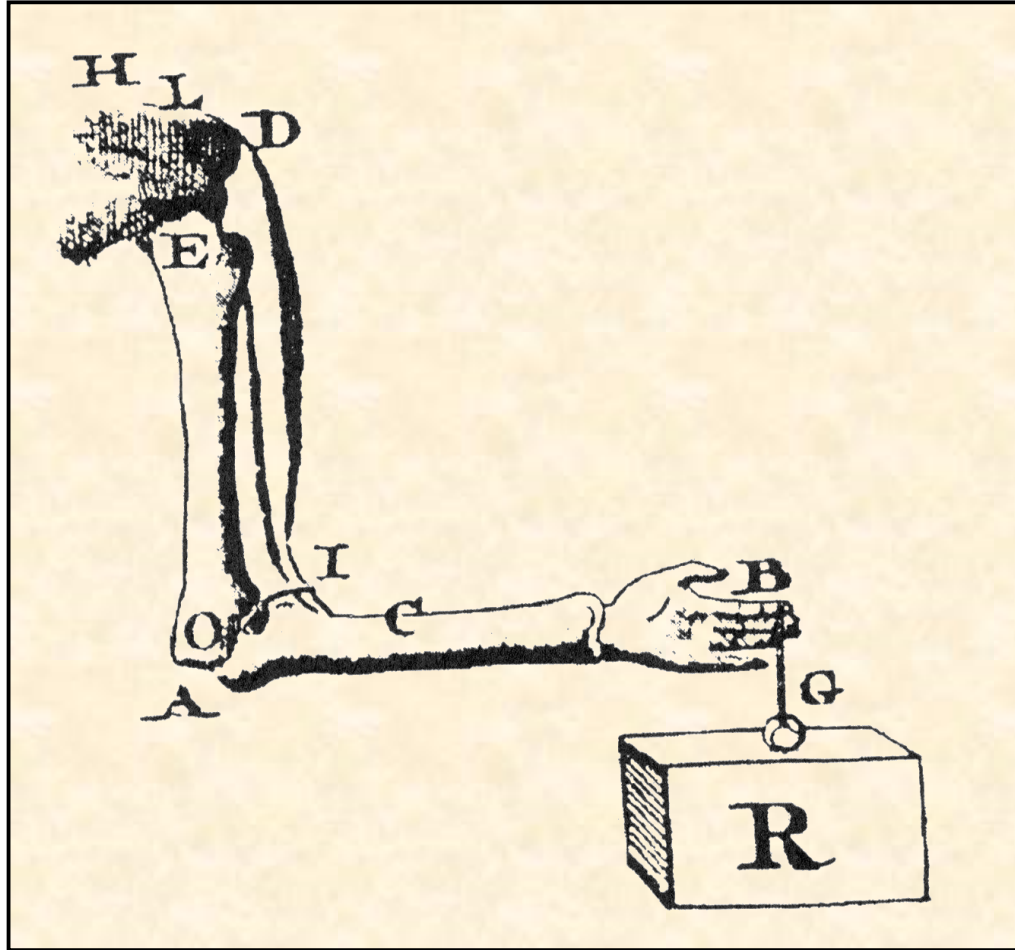
Schritt 2: Schneiden, Freikörperbilder. System aufschneiden, Schnittkräfte und Schnittmomente eintragen,

Schritt 3: Gleichgewicht. Kräfte- und Momentengleichgewichte für Freikörper anschreiben.

Schritt 4: Gleichungen **lösen.**

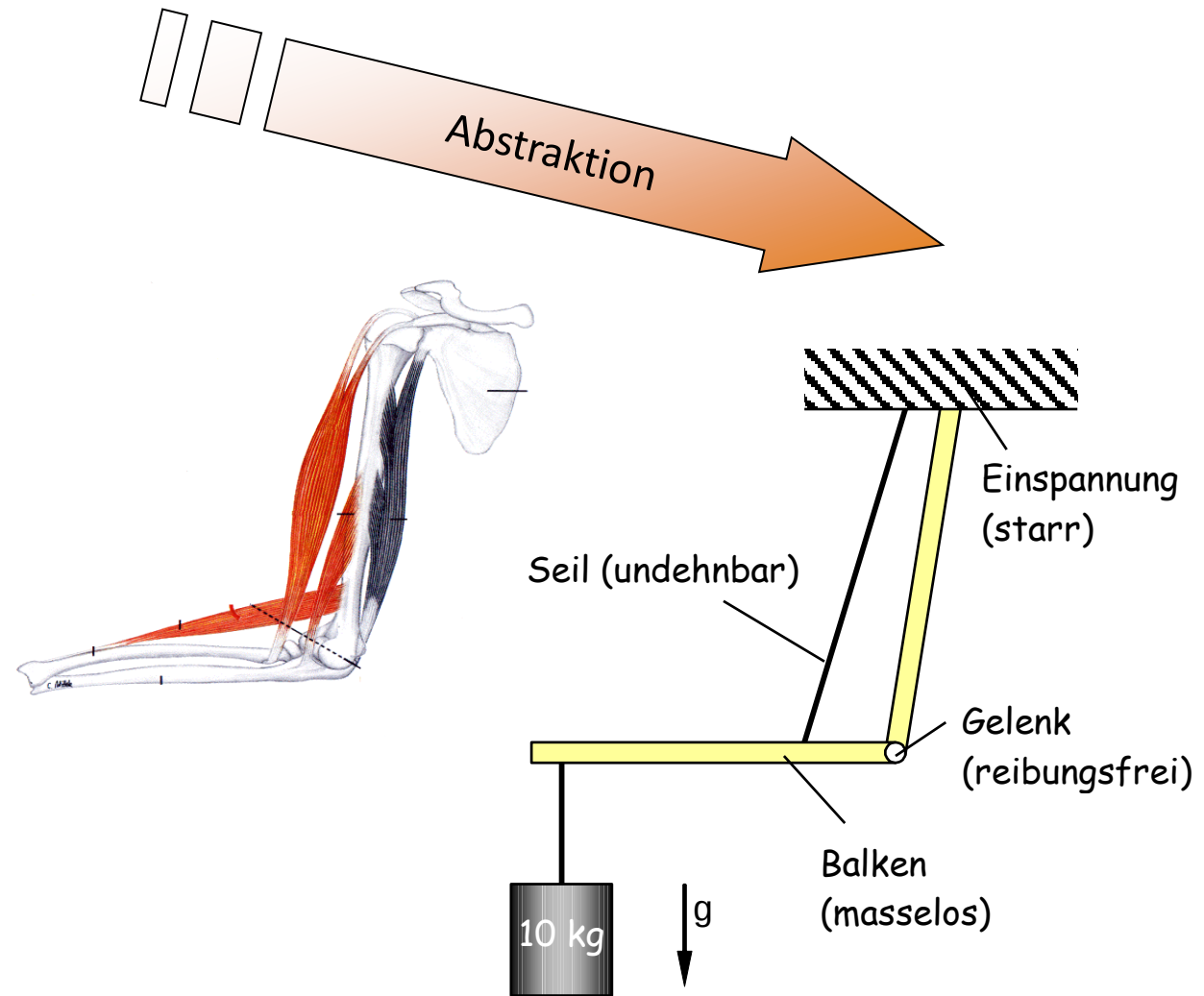
Schritt 5: Ergebnis **deuten**, verifizieren, mit Experiment vergleichen; Plausibilität prüfen.

Klassisches Rechenbeispiel: “Bizeps-Kraft”

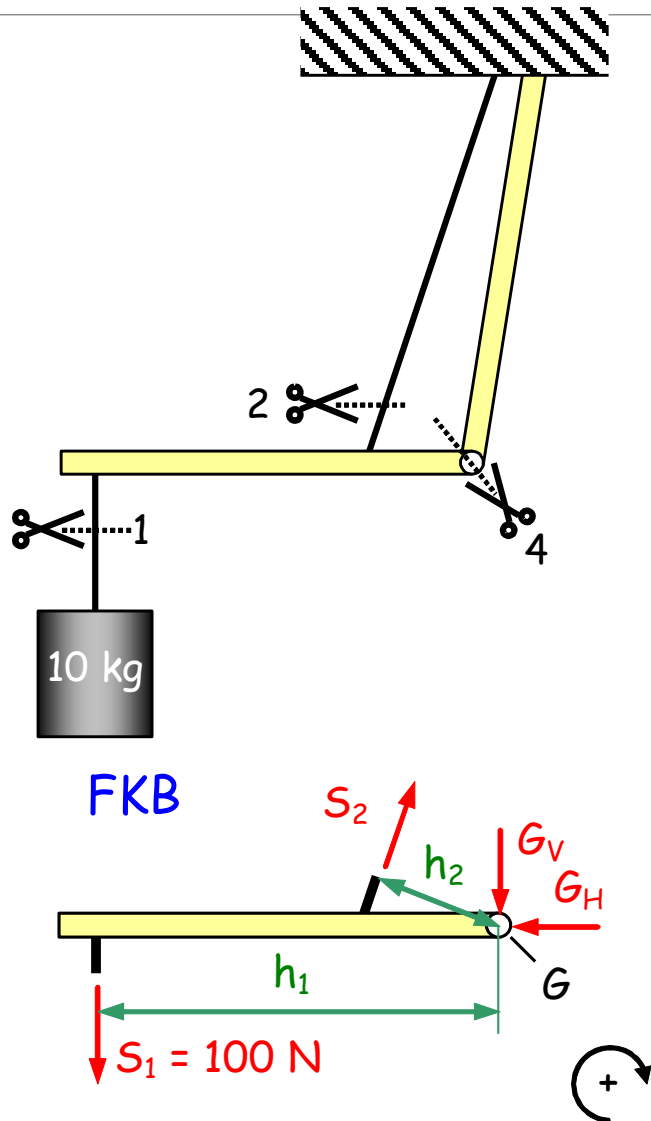


Aus:
„De Motu Animalium“
von
G.A. BORELLI
(1608-1679)

Schritt 1: Modellbildung



Schritt 2: Schneiden und Freikörperbilder



Schritt 3: Gleichgewicht

Schritt 4: Gleichungen lösen

Summe aller Momente bezügl. Punkt G = 0

$$-S_1 \cdot h_1 + S_2 \cdot h_2 = 0$$

$$-100 \text{ N} \cdot 35 \text{ cm} + S_2 \cdot 5 \text{ cm} = 0$$

$$\Rightarrow S_2 = 100 \text{ N} \cdot \frac{35 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = \underline{\underline{700 \text{ N}}}$$

Das ist das siebenfache der Last!

Elastostatik

FESTIGKEITSLEHRE

Spannungen



Fotos: Lutz Dürselen

Zum Merken:

Spannung = „verschmierte“ Schnittkraft,

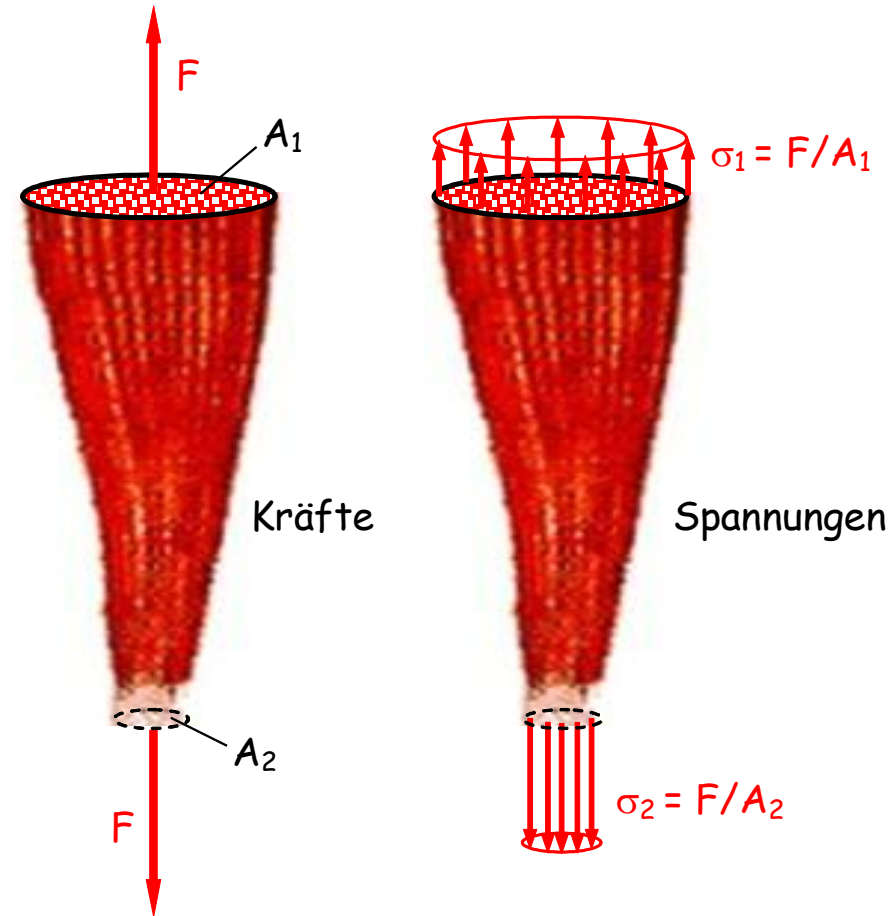
Spannung = Kraft pro Fläche oder $\sigma = F/A$

Einheit der Spannung

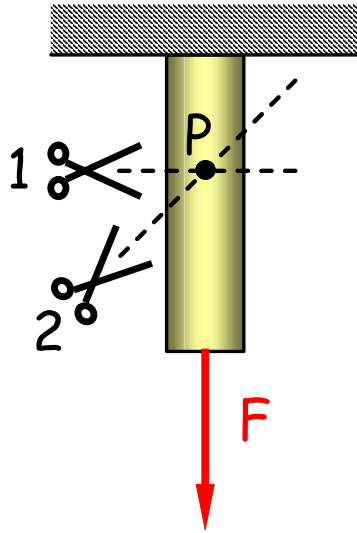
Mega-Pascal: $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$

Pascal: $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$

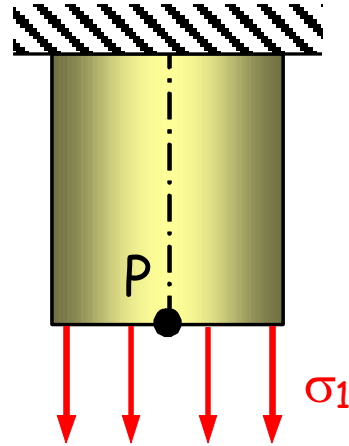
Beispiel: Zugspannung im Muskel



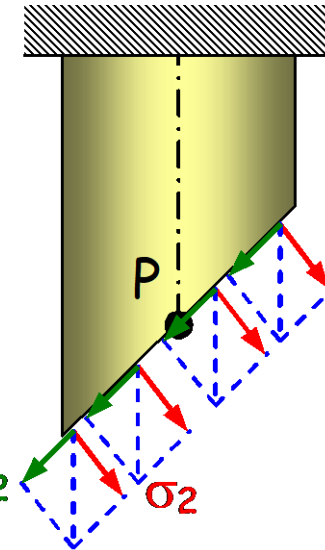
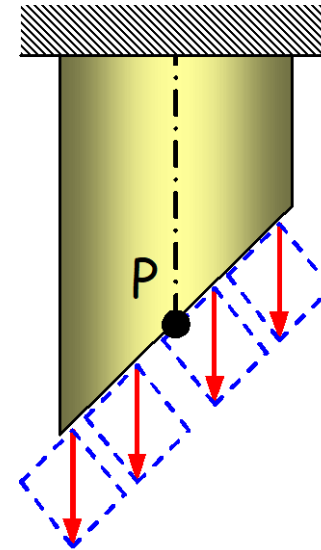
Normal- und Schubspannungen



Zugstab



Schnitt 1:
mit Normalspannung σ_1



Schnitt 2:
mit Normalspannung σ_2
und Schubspannung τ_2

Normal- und Schubspannungen

Zum Merken:

Erst Schnitt, dann Art und Größe der Spannung.

Normalspannungen (Zug- und Drucksp.) senkrecht zur Schnittfläche

Schubspannungen stehen parallel zur Schnittfläche.

Allgemeiner (3D) Spannungszustand ...



... in einem Punkt des Körpers:

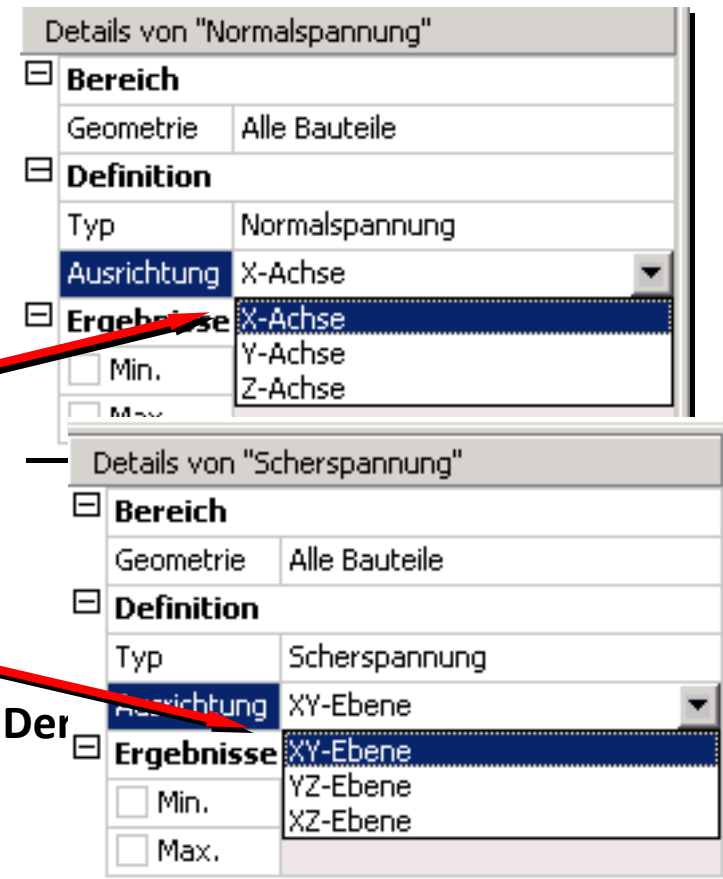
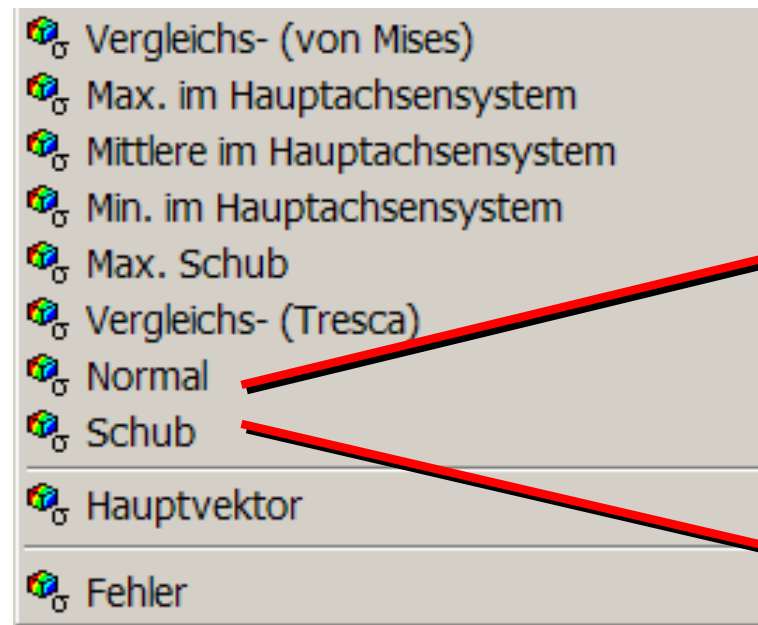
- Drei Spannungskomponenten in einem Schnitt (Normalsp., 2x Schubsp.)
mal
- Drei Schnitte (z.B. frontal, sagittal, transversal)
gleich
- Neun Spannungskomponenten, die den vollständigen 3d Spannungszustand in einem Punkt im Körper kennzeichnen.
- Sechs Komponenten davon sind unabhängig („Gleichheit der Schubsp.“)

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Der „Spannungstensor“

Allgemeiner Spannungszustand

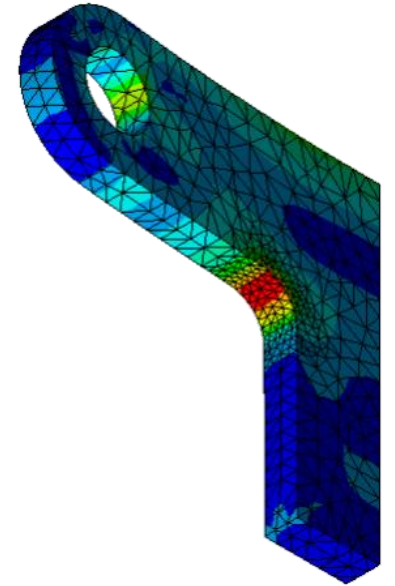
Sechs Komponenten



Der

Darstellung des Spannungszustandes

- **Problem:** Will man bunte Bilder machen, muss man sich für eine Komponente entscheiden.
- Aber welche soll man nehmen?
- Man kann statt einer einzelnen auch „Mischungen“ der Komponenten verwenden.
- So genannte „Invarianten“ sind nichts weiter als besonders „schlaue“ Mischungen bei denen unabhängig von der Orientierung des Koordinatensystems das selbe rauskommt: „Hauptspannungen“, „Von-Mises-Spannung“, „Hydrostatischer Spannungsanteil“, „Oktaeder-Schubspannung“, ...



-  Vergleichs- (von Mises)
-  Max. im Hauptachsensystem
-  Mittlere im Hauptachsensystem
-  Min. im Hauptachsensystem
-  Max. Schub
-  Vergleichs- (Tresca)
-  Normal
-  Schub

$$\sigma_{Mises} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx} \sigma_{yy} - \sigma_{xx} \sigma_{zz} - \sigma_{yy} \sigma_{zz} + 3 \tau_{xy}^2 + 3 \tau_{xz}^2 + 3 \tau_{yz}^2}$$

Dehnungen

DETAILS

- **Seiltyp:** Einfachseil
- **Durchmesser:** 10.5 mm
- **Imprägnierung:** ohne
- **Gewicht:** 72 g pro Meter
- **Fangstoß:** 9.6 kN
- **Anz. Stürze:** 10
- **Mantelverschiebung:** 0 mm
- **Dehnung statisch:** 7.7 %
- **Dehnung dynamisch:** 32 %
- **Knotbarkeit:** 0.7
- **Farbe:** mix

Zum Merken:

Dehnung = relative Längenänderung (Winkeländerung)



Dehnung

Definition der Dehnung

$$\text{Dehnung} := \frac{\text{Längenänderung}}{\text{Ursprungslänge}}$$

$$\varepsilon := \frac{\Delta L}{L_0}$$

Einheit der Dehnung

Ohne Einheit, also z.B.:

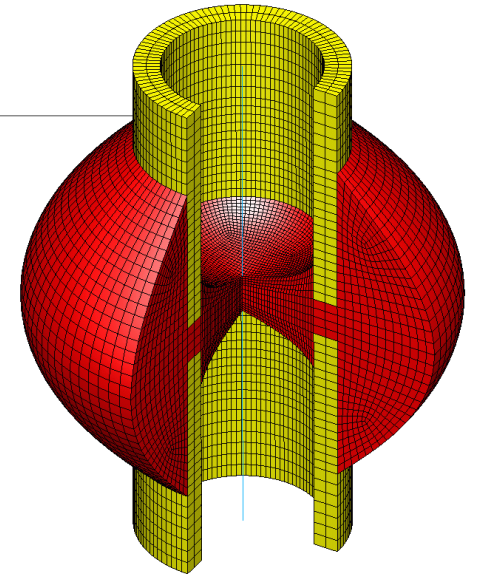
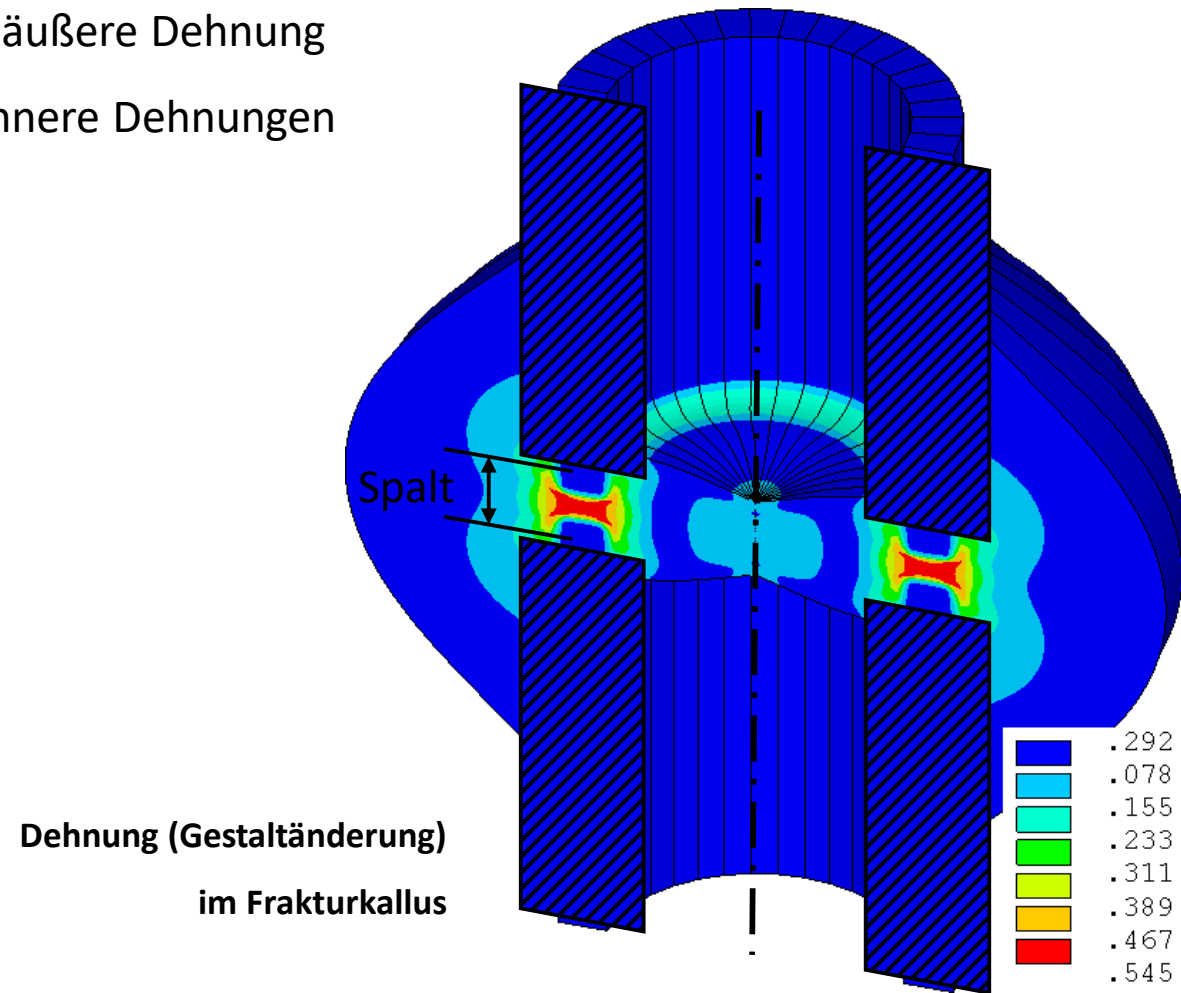
1

1/100 = %

1/1.000.000 = $\mu\varepsilon$ (micro strain) = 0,1 %

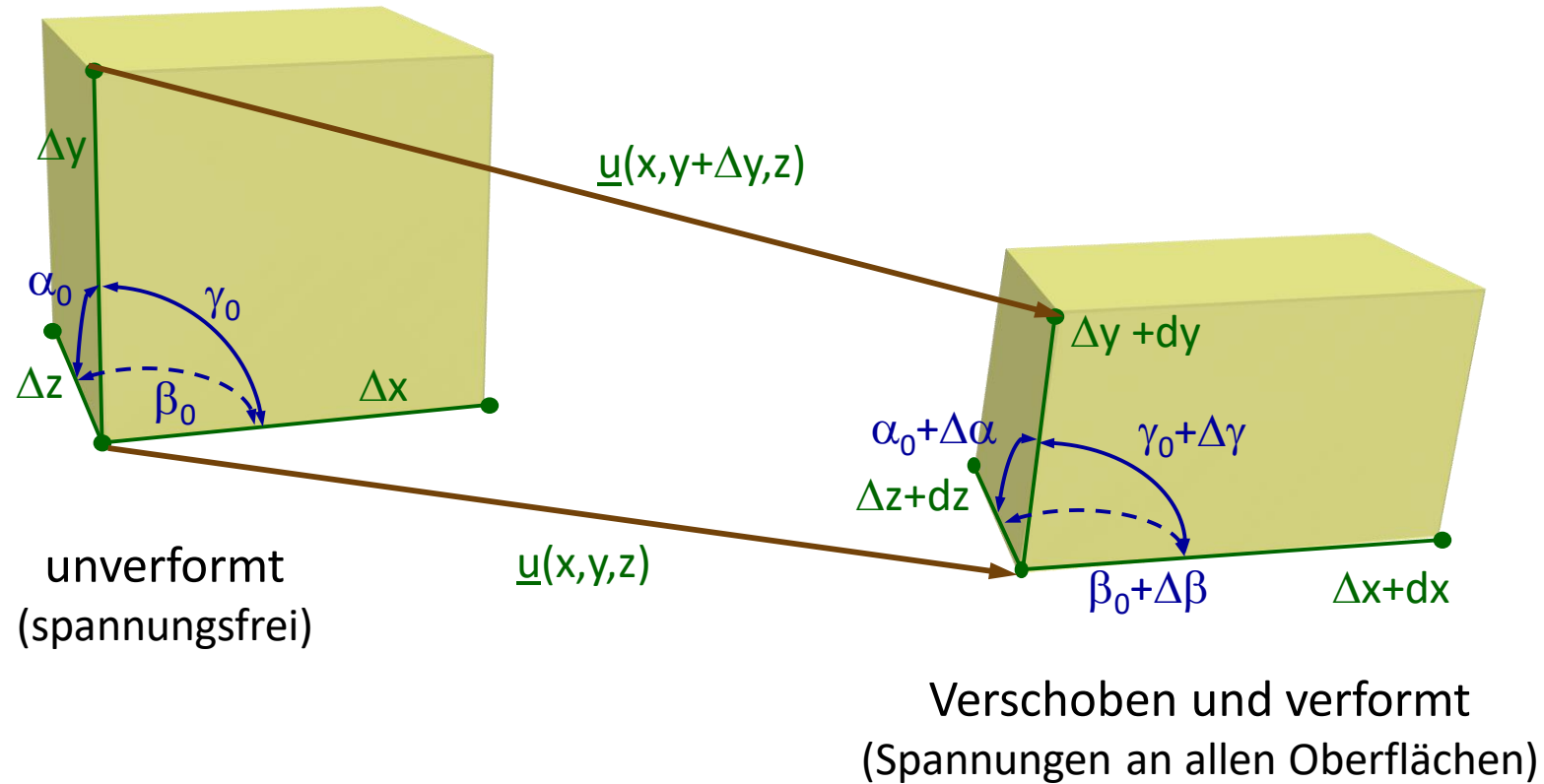
Dehnungen

- Globale, äußere Dehnung
- Lokale, innere Dehnungen



Definition des lokalen Dehnungszustands

Infinitesimales Testvolumen $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$



Definition des lokalen Dehnungszustands !

$$\varepsilon_{xx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{dx}{\Delta x}, \quad \varepsilon_{yy} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{dy}{\Delta y}, \quad \varepsilon_{zz} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{dz}{\Delta z}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \cdot \Delta \gamma, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \cdot \Delta \beta, \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \cdot \Delta \alpha$$

Längenänderung aus Verschiebungszustand $\underline{u}$

$$\varepsilon_{xx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{dx}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u_x(x + \Delta x) - u_x(x)}{\Delta x} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = u_{x,x}$$

Universelle Definition der Dehnungskomponenten

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i, j = \{x, y, z\}$$

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Der „Dehnungstensor“

Werkstoffgesetze

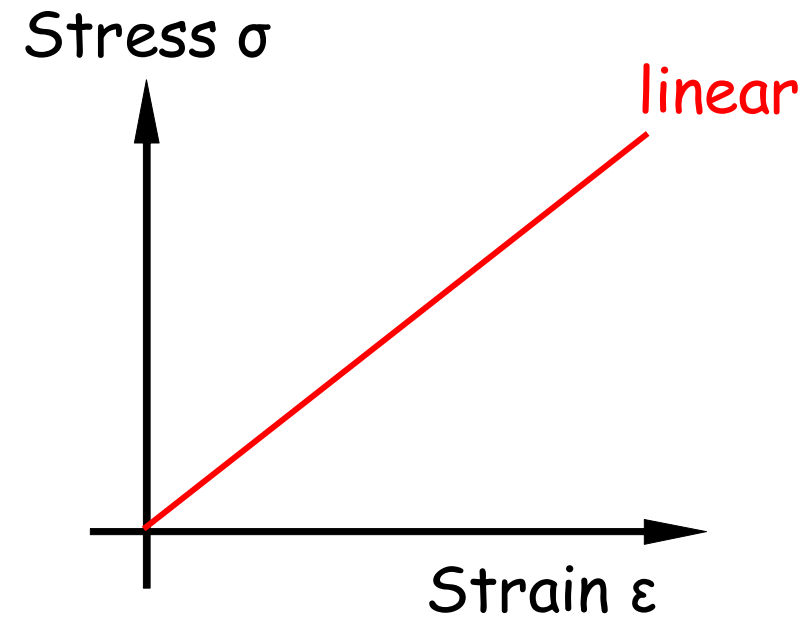
... verknüpfen Spannungen und Dehnungen miteinander

Lineares Werkstoffgesetz:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}$$

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}$$



• Voll besetzter Tensor 4. Stufe für drei Dimensionen	81 Parameter (9x9)
• Gleichheit einander zugeordneter Schubspannungen (Boltzmann Kontinua) und Scherdehnungen	36 Parameter (6x6)



$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}$$

• Maxwellscher Reziprozitätssatz (Satz von Betty)	21 Parameter
• Orthotrop (trabekulärer Knochen)	9 Parameter
• Transverse Isotrop (kortikaler Knochen)	5 Parameter
• Isotrop	2 Parameter

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \cdot \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

sym

- E - Elastizitätsmodul, E-Modul [Young's modulus]
 ν - Querkontraktionszahl [Poisson's ratio] (0 ... 0.3 ... 0.5)

Zum Merken:

Ein linear-elastisches, isotropes Werkstoffverhalten wird durch zwei Werkstoffparameter gekennzeichnet:

z.B.: E und ν

Ein allgemeines anisotropes Werkstoffgesetz besitzt 21 Werkstoffparameter.

Zwei von:

E - Elastizitätsmodul, E-Modul [Young's modulus]

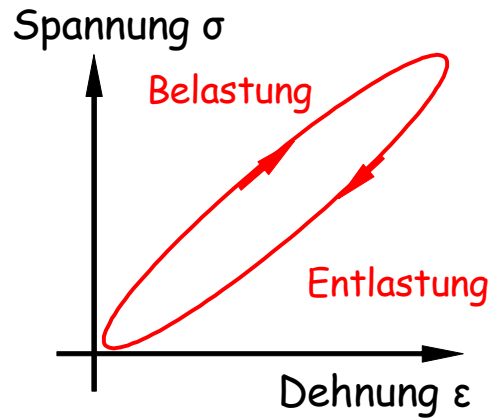
ν - Querkontraktionszahl [Poisson's ratio] (0 ... 0.3 ... 0.5)

G - Schubmodul [Shear modulus]

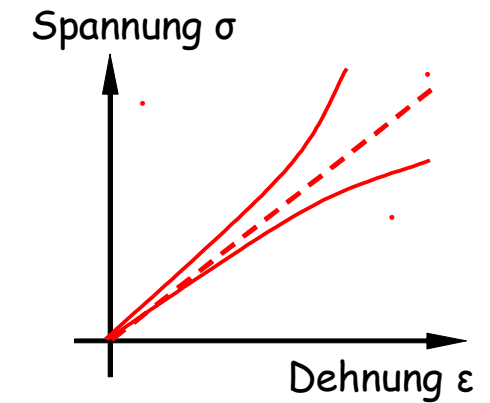
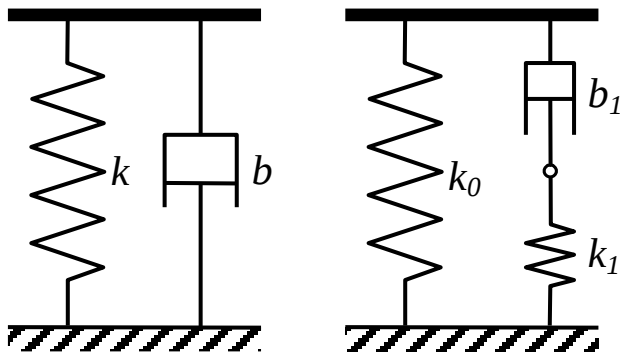
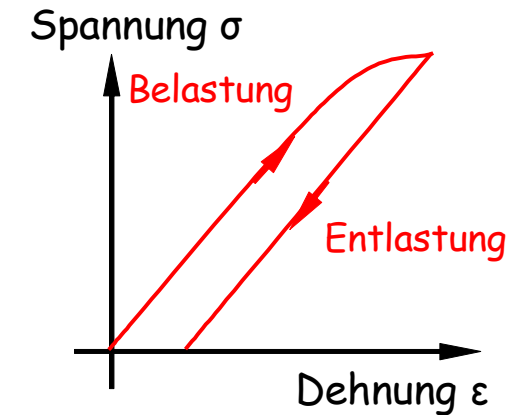
K - Kompressionsmodul [Bulk modulus]

μ, λ - Lamesche Konstanten [Lame Constants]

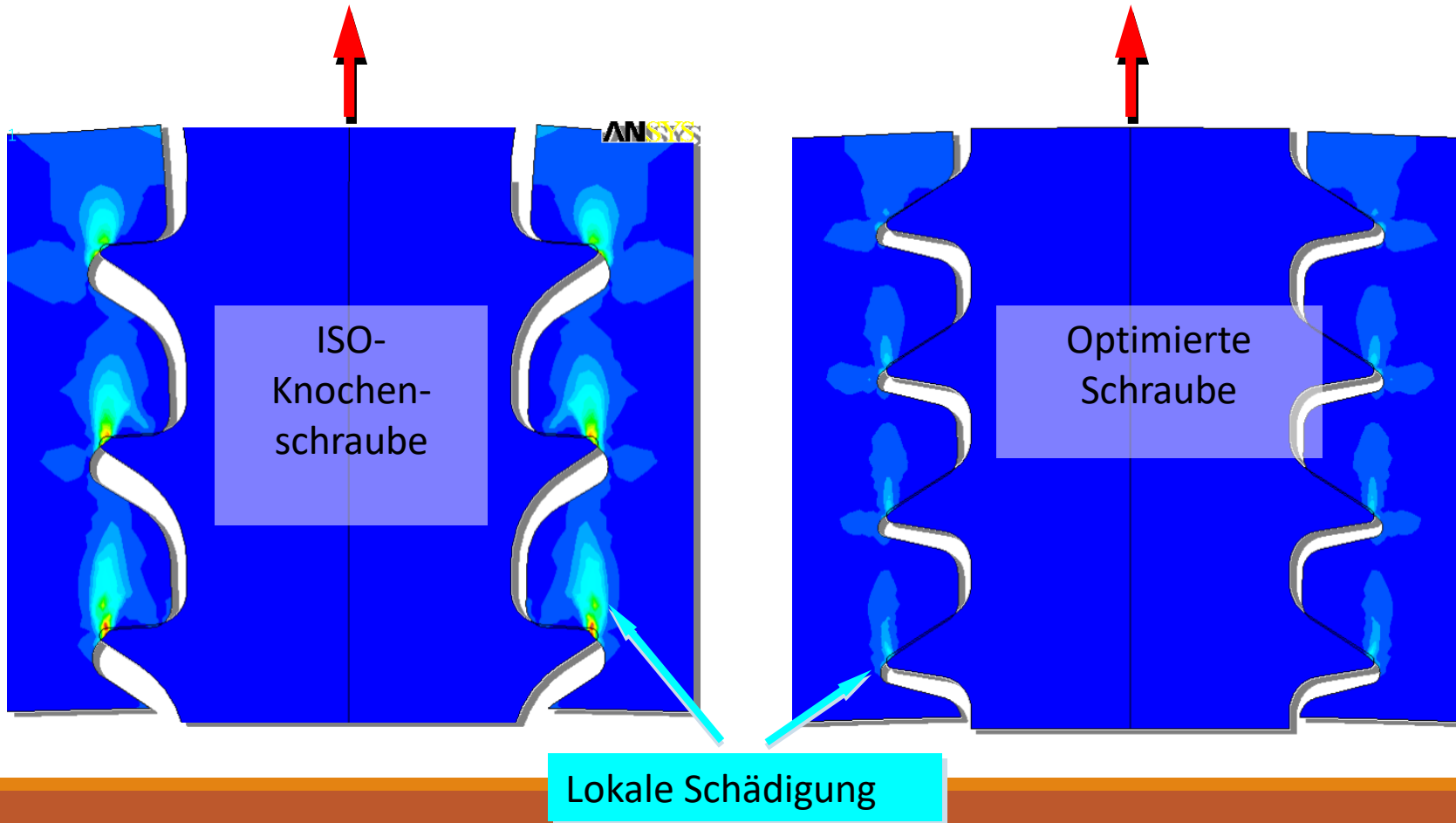
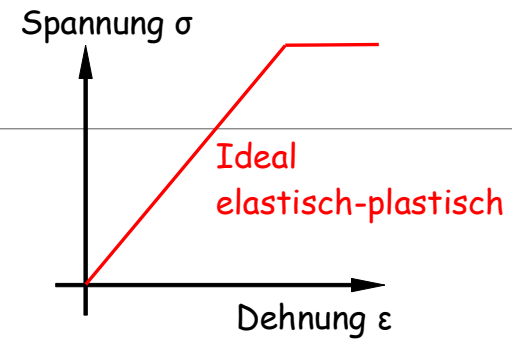
Kompliziertere Werkstoffgesetze:



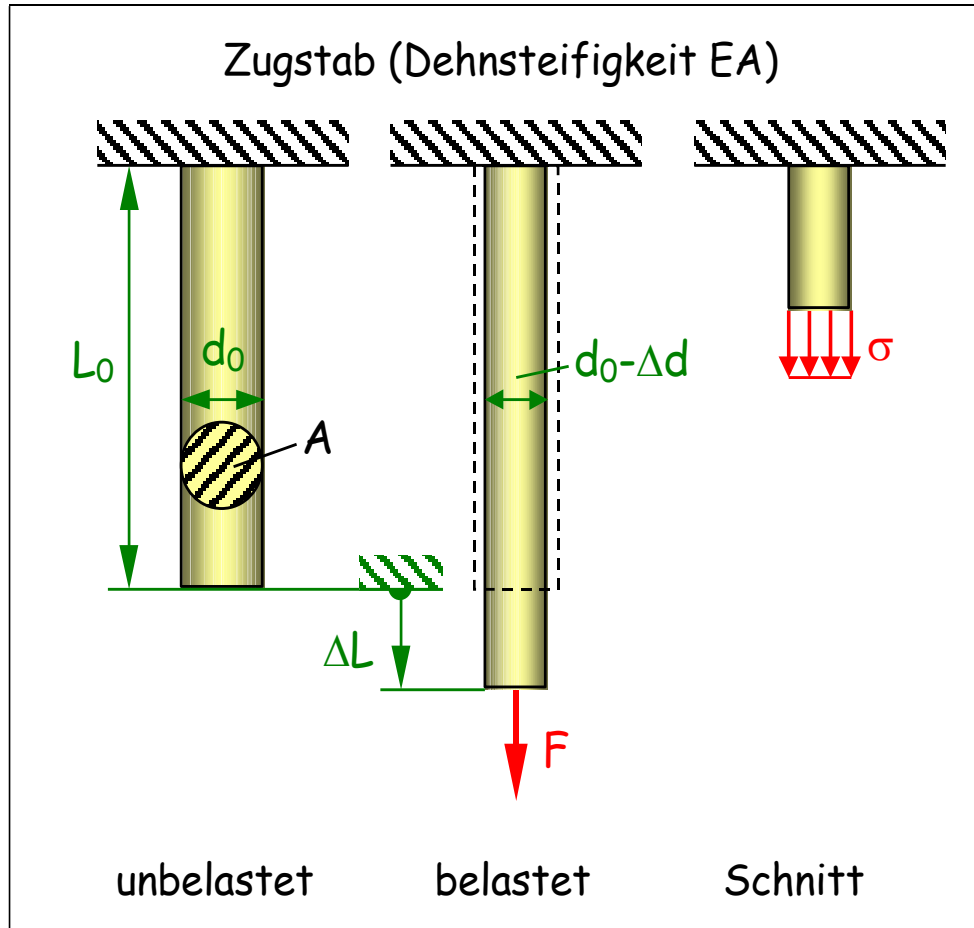
- Nicht-linear
- Nicht-elastisch
- Anisotrop
- Viskoelastisch, Typ: innere Dämpfung
- Viskoelastisch, Typ: Gedächtniseffekt



Plastische Dehnungen

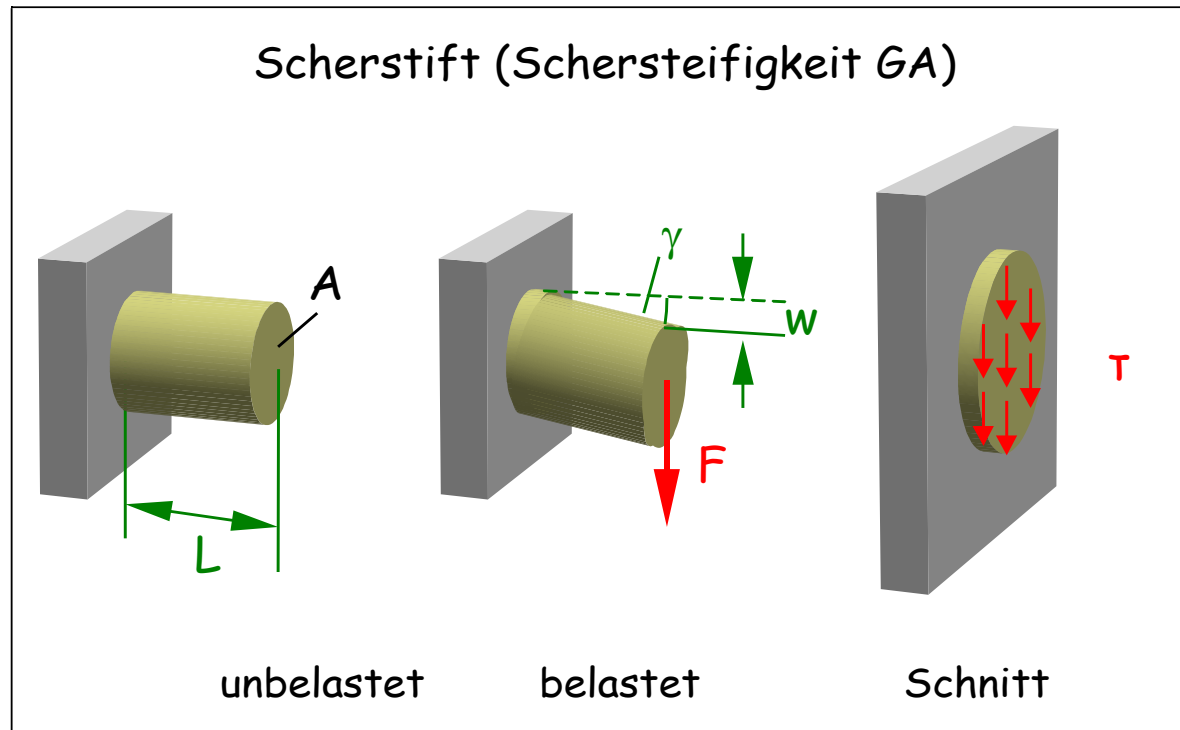


Einfache Lastfälle: 1. Zug und Druck



$$F = \frac{EA}{L_0} \Delta L, \quad k = \frac{EA}{L_0}$$

2. Scherung

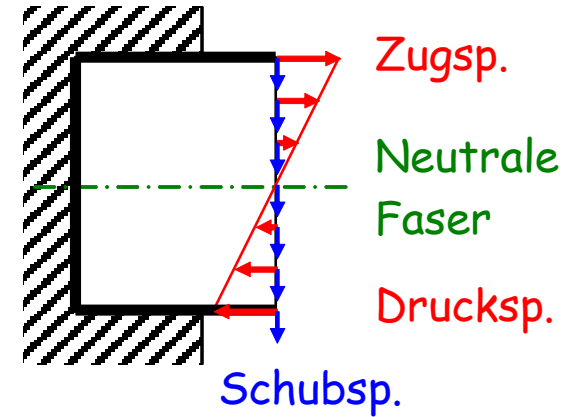
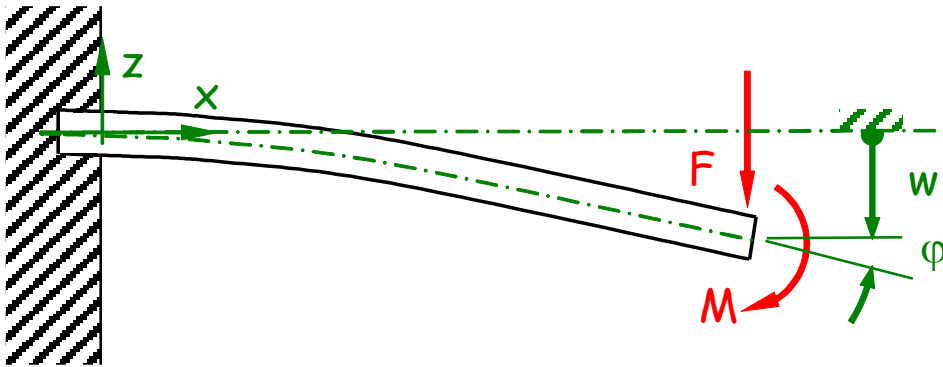


$$F = \frac{GA}{L} w, \quad k = \frac{GA}{L}$$

3. Biegung (Kragbalken)

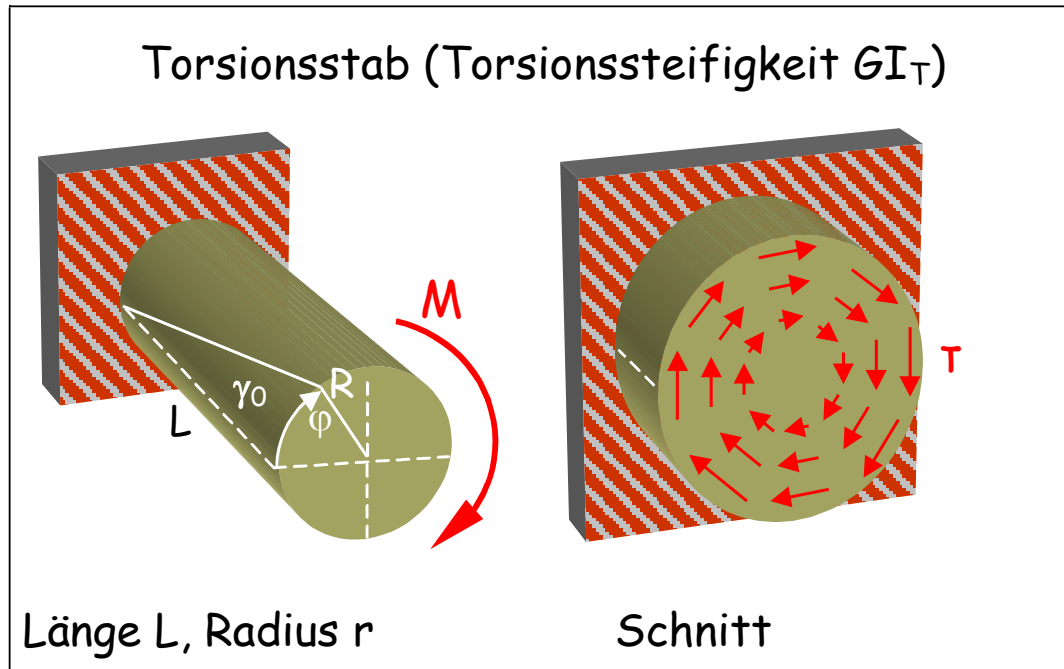
Kragbalken (Biegesteifigkeit EI_a , Länge L)

Schnitt



$$w = \frac{L^3}{3EI_a} F + \frac{L^2}{2EI_a} M,$$
$$\varphi = \frac{L^2}{2EI_a} F + \frac{L}{EI_a} M.$$

4. Torsion



$$M = \frac{GI_T}{L} \varphi, \quad c = \frac{GI_T}{L}$$

Zum Merken:

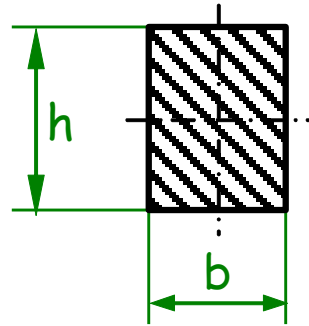
Der Röhrenknochen hat eine günstige (materialsparende) Gestalt bei Torsions- und Biegebeanspruchungen.

Flächenmoment 2. Grades (früher: „Flächenträgheitsmomente“) [Second Moment of Area]

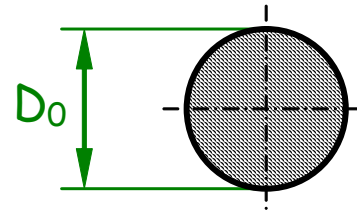
$$I_{yy} := \int_A r_z^2 dA$$



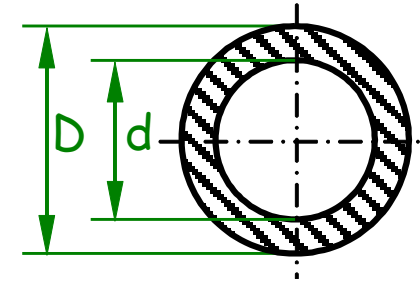
Rechteck:



Vollkreis:



Rohr:



Axiales Flächenmoment zweiten Grades (Biegung)

$$I_a = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$I_a = \frac{\pi}{64} D_0^4$$

$$I_a = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

Polares Flächenmoment zweiten Grades (Torsion)

$$I_T = I_P = \frac{\pi}{32} D_0^4$$

$$I_T = I_P = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$$

Kinematik und Dynamik

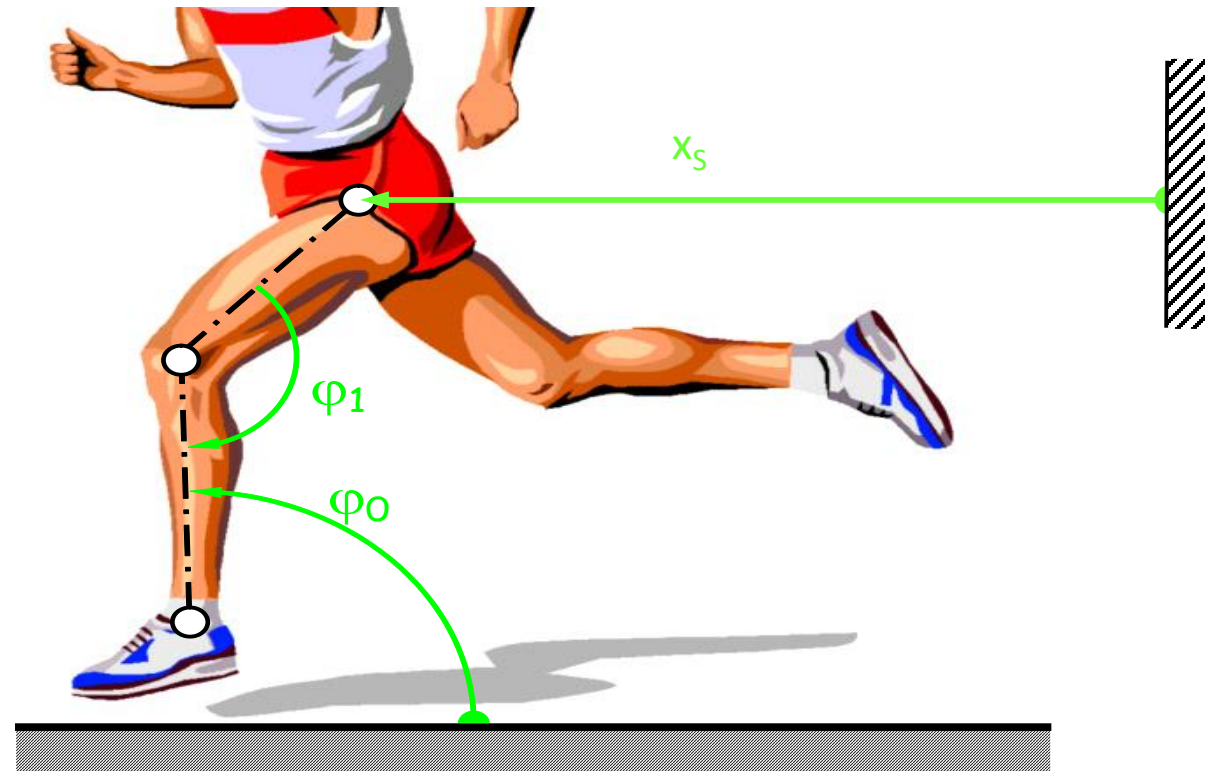
Kinematik

- Beschreibt und analysiert Bewegungen, ohne Kräfte zu betrachten.
- Bei starren Körpern genügen endlich viele Koordinaten zur Beschreibung.
- Koordinaten beschreiben die Lage der Körper zu jedem Zeitpunkt.
- In der Biomechanik: *Ganganalyse, Gelenkkinematik*.

Zum Merken:

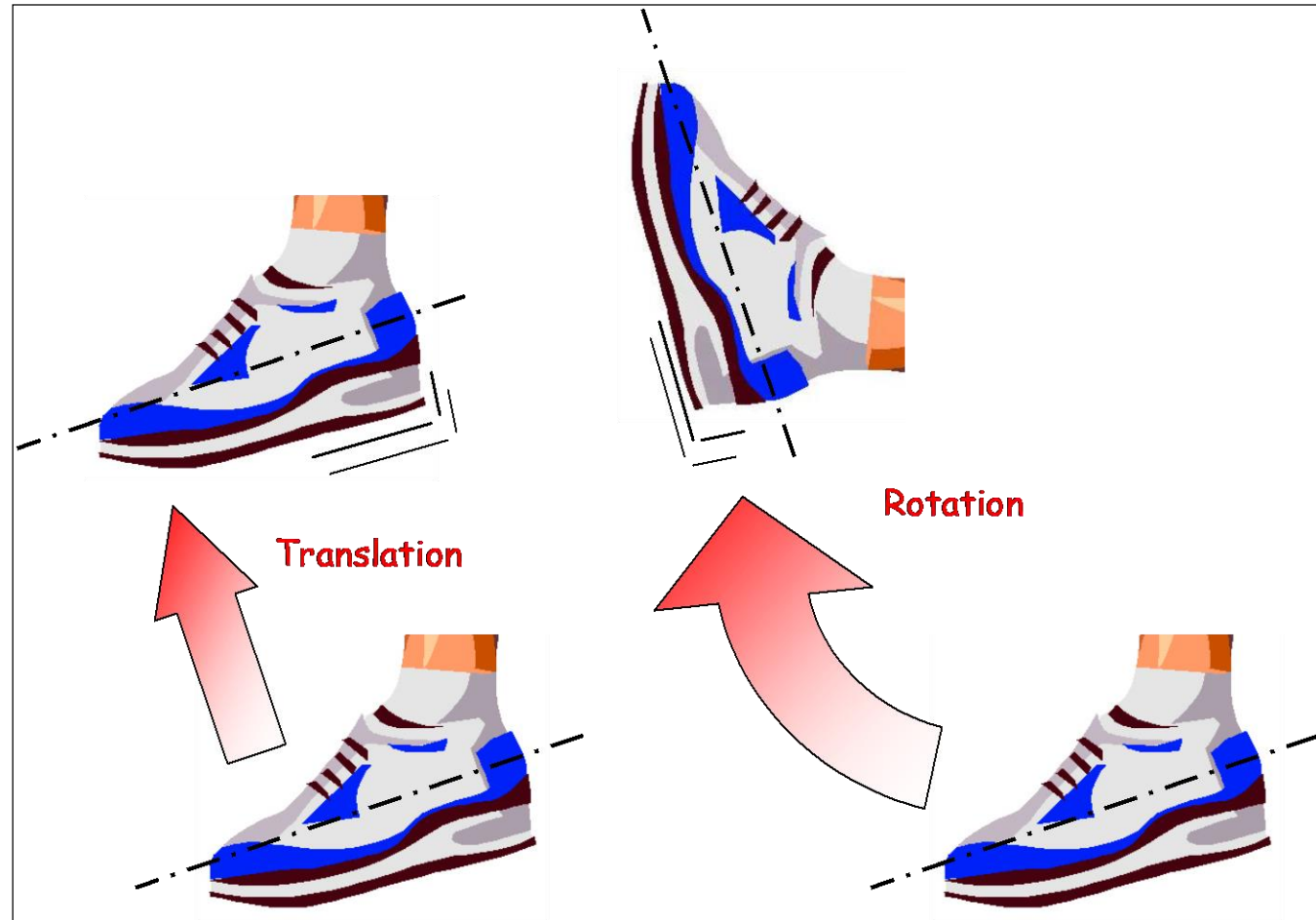
Kinematik = zeitveränderliche Geometrie

Koordinaten



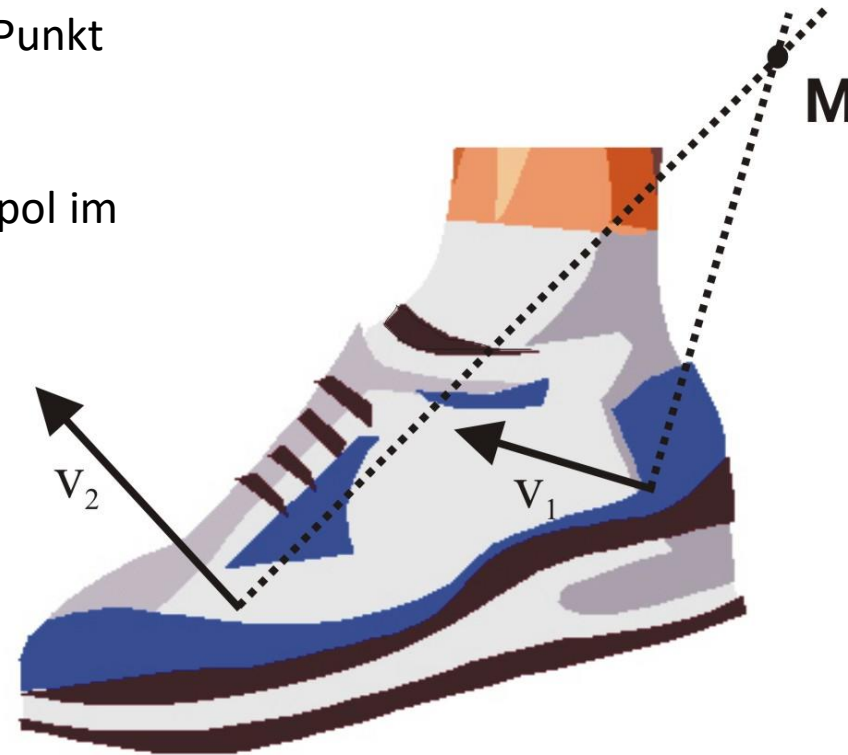
- Translatorisch vs. rotatorisch
- Absolut vs. relativ

Bewegungsarten: Translation, Rotation



Momentanpol / Momentane Drehachse

- Körperfester Punkt der augenblicklich keine Geschwindigkeit hat.
- Der Körper dreht sich augenblicklich um diesen Punkt (um diese Achse).
- Bei einer reinen Translation liegt der Momentanpol im Unendlichen.



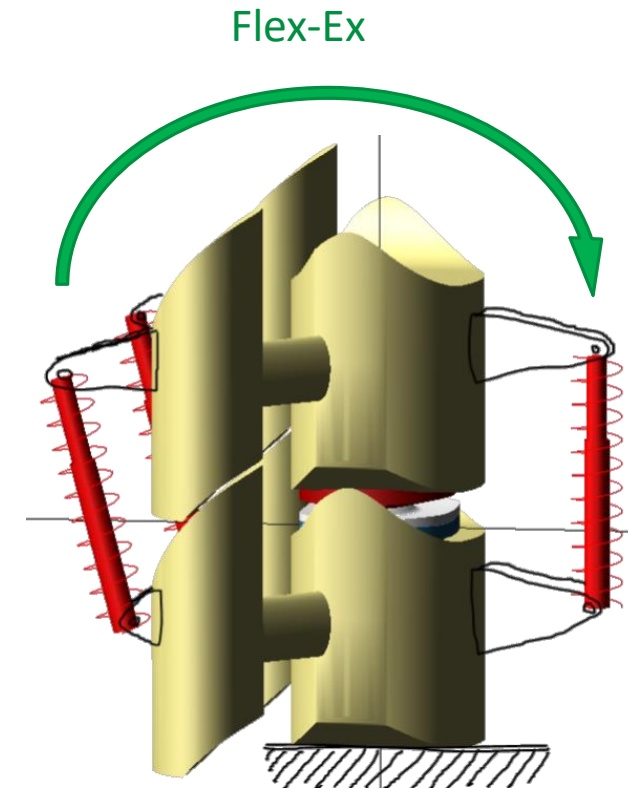
Anwendungsbeispiel zum Momentanpol

Kinematisches MKS-Modell von C5-C6- Wirbelsegment mit Bandscheibenimplantat

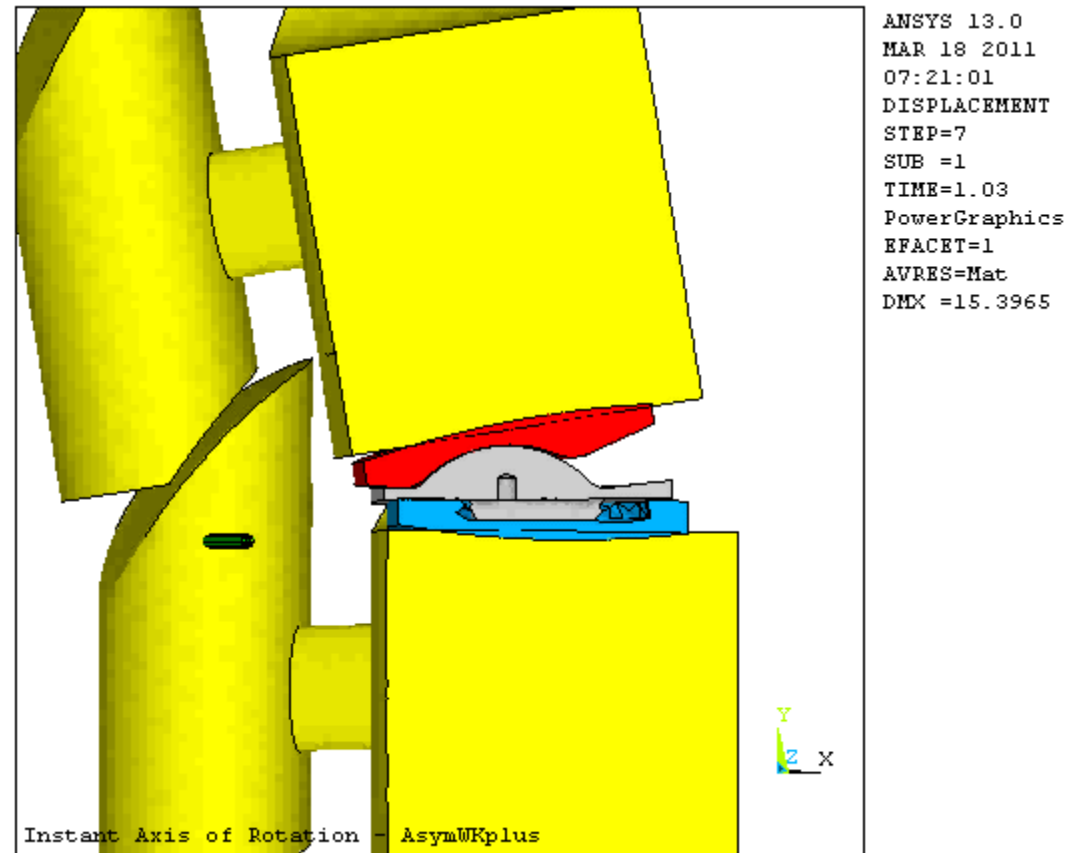
- 3D, idealisierte Geometrie
- Bandscheibenimplantat
- Bänder mit Zugkräften
- Erzwungene Flex-Ex-Bewegung

→ **Berechnung der Momentanen Drehachse**

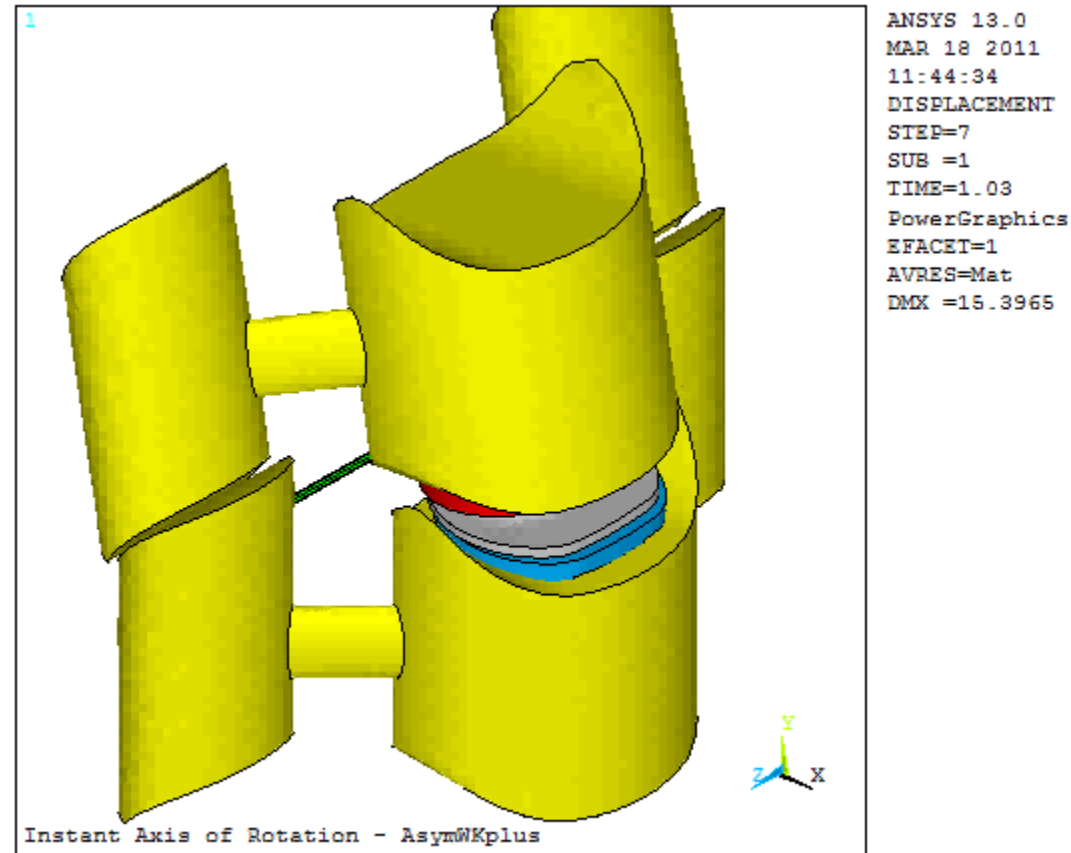
→ **Ziel:** Implantat soll möglichst physiologische Kinematik zeigen, also z.B. die unsymmetrische Lage der momentanen Drehachse unterhalb des Bandscheibenzentrums ermöglichen.



Anwendungsbeispiel zum Momentanpol

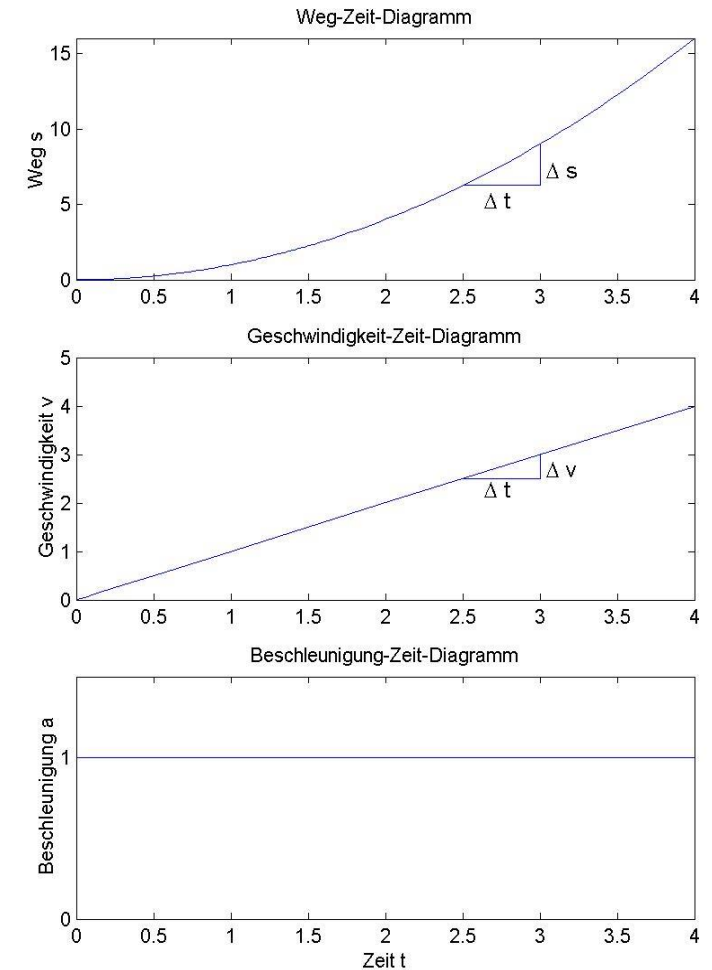


Anwendungsbeispiel zum Momentanpol



Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung

Translation	Weg: Abstand zwischen <u>zwei</u> Punkten.	x	m
	Geschwindigkeit: Die Änderung des Weges mit der Zeit.	$v = \dot{x}$	$\frac{\text{m}}{\text{sec}}$
	Beschleunigung: Die Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit (Betrag und/oder Richtung).	$a = \dot{v}$	$\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$
Rotation	Winkel: Neigung zwischen <u>zwei</u> Achsen.	φ	Grad
	Winkelgeschwindigkeit: Die Änderung des Winkels mit der Zeit.	$\omega = \dot{\varphi}$	$\frac{\text{Grad}}{\text{sec}}$
	Winkelbeschleunigung: Die Änderung der Winkelgeschwindigkeit mit der Zeit.	$\alpha = \dot{\omega}$	$\frac{\text{Grad}}{\text{sec}^2}$



Dynamik

- Wechselwirkung zwischen Bewegung und Kräften.
- *Dämpfungs-, Reibungs-, Trägheitskräfte.*

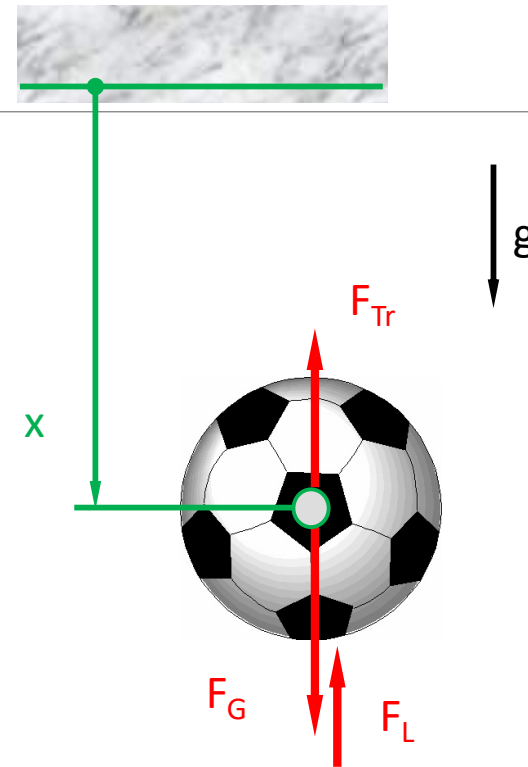
d'Alembertsches Prinzip:

- Trägheitskräfte und -momente genau wie sonstigen äußere Kräfte und Momente behandeln. Im FKB eintragen.
- **Dynamisches Gleichgewicht** genau so wie statisches Gleichgewicht verwenden.

$$\sum F_{i,x} = 0$$

$$-F_{Tr} - F_L + F_G = 0$$

$$m\ddot{x} - F_L + mg = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = g - \frac{F_L}{m}(\dot{x})$$



Beispiel: „Fallender Fußball“
mit Gewichtskraft, Luftwiderstandskraft und Trägheitskraft

Energie E

Einheit: Joule

$$J = N \cdot m$$

Kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Potentielle Energie:

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

Lageenergie

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

Federenergie

Zum Merken:

Energie bleibt erhalten.

Arbeit W

- ändert den Energieinhalt von Systemen.
- Kräfte können mechanische Arbeit verrichten, wenn sich der Kraftangriffspunkt in Richtung der Kraft verschiebt.
- Bei konstanter Kraft gilt dann:

Zum Merken:

Arbeit = Kraft mal Weg

Einheit (wie Energie): Joule

$$\text{J} = \text{N} \cdot \text{m}$$

Beispiel Hubarbeit:

$$W_{Hub} = F_G \cdot h$$

Beispiel Reibungsarbeit:

$$W_{Reib} = -F_R \cdot s$$

Leistung P

Zum Merken:

Leistung = Arbeit pro Zeit

Einheit: Watt

$$W = \frac{J}{\text{sec}} = \frac{N \cdot m}{\text{sec}}$$

Literatur

Zur Technischen Mechanik:

Dankert, H. und Dankert, J.: „Technische Mechanik - computerunterstützt“.

Sehr gutes Lehrbuch

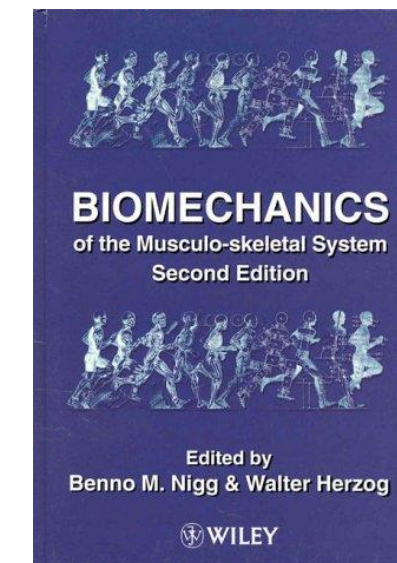
Kessel, S. und Fröhling, D.: „Technische Mechanik / Technical Mechanics“

Deutsch-englische Fachbegriffe im Kontext.

Zur Kinetik und Kinematik des Bewegungsapparates:

Nigg, B.M. und Herzog, W.: „Biomechanics of the Musculo-skeletal System“

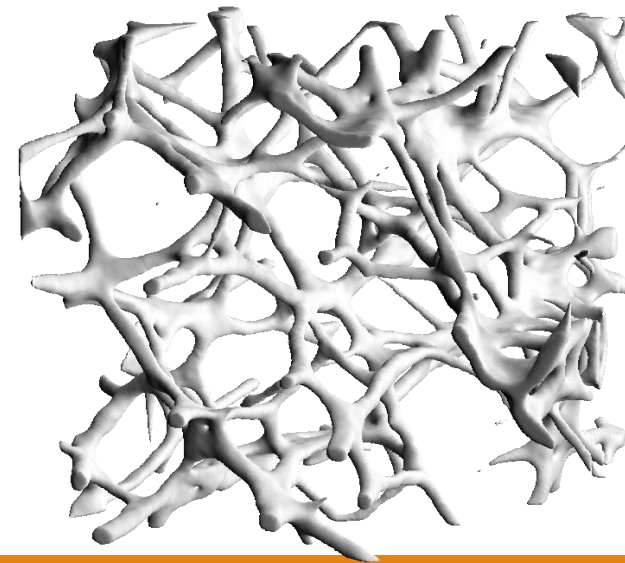
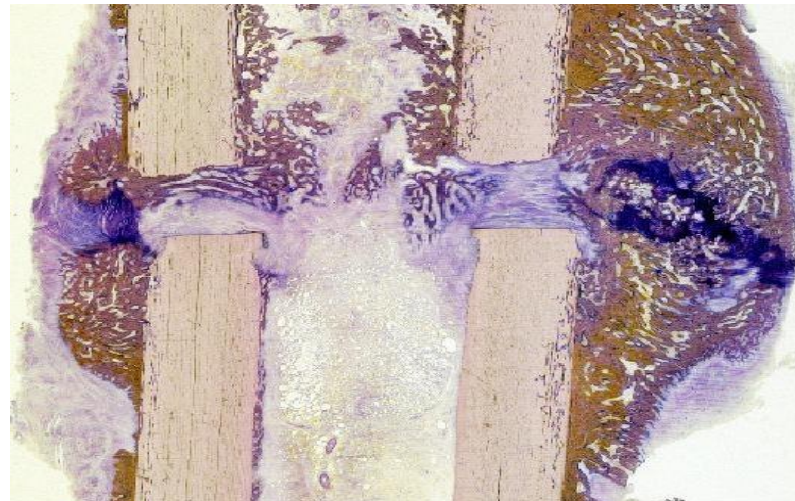
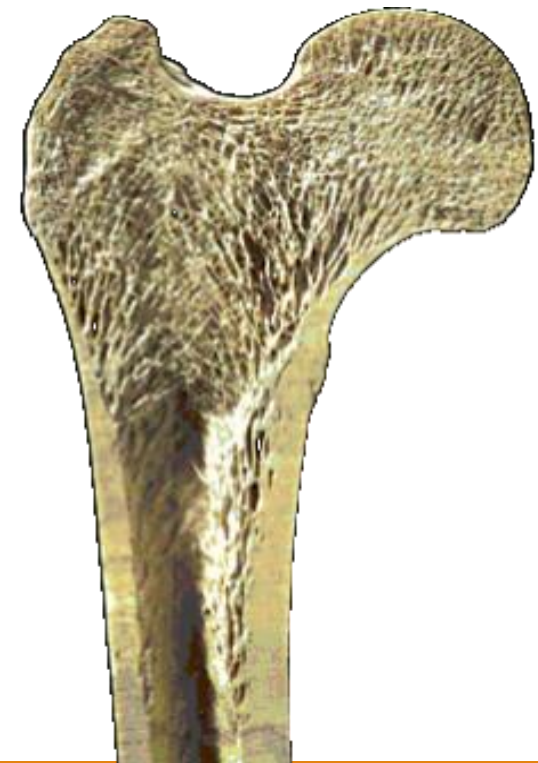
Gut, Schwerpunkte: Messung und Modellierung des Gangs.



Biomechanische Prinzipien des Knochenbaus

M.Sc. Lucas Engelhardt

UZWR



Übergeordnetes Prinzip:

Roux (1895) und Wolff (1892):
„Funktionelle Anpassung“

Pauwels (1965):

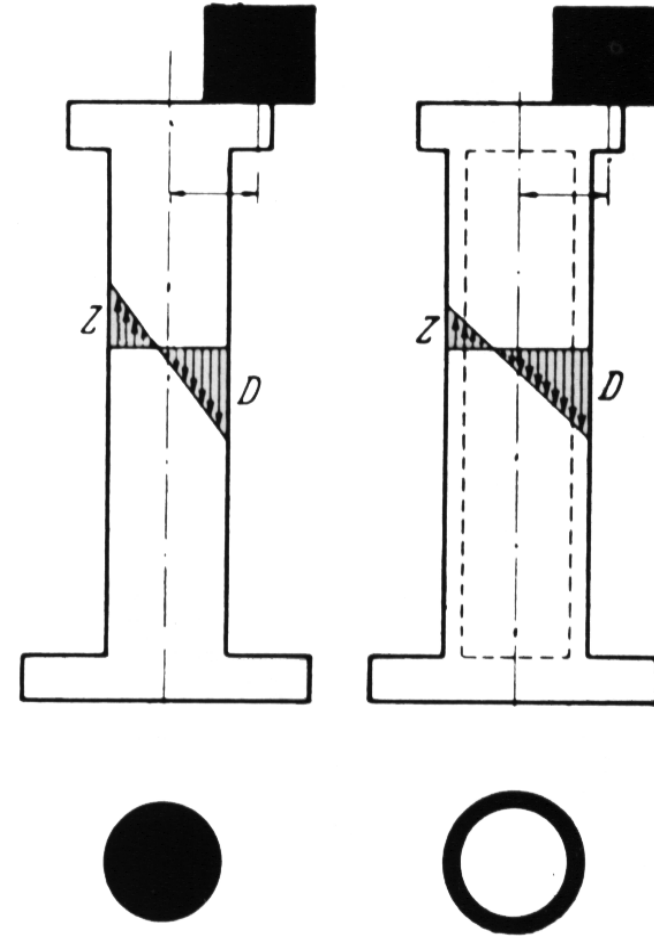
„Minimum-Maximum-Prinzip“

Mit minimalem Aufwand an Material (Energie) eine
maximale Steifigkeit und Festigkeit erreichen

Prinzip: Röhrenknochen



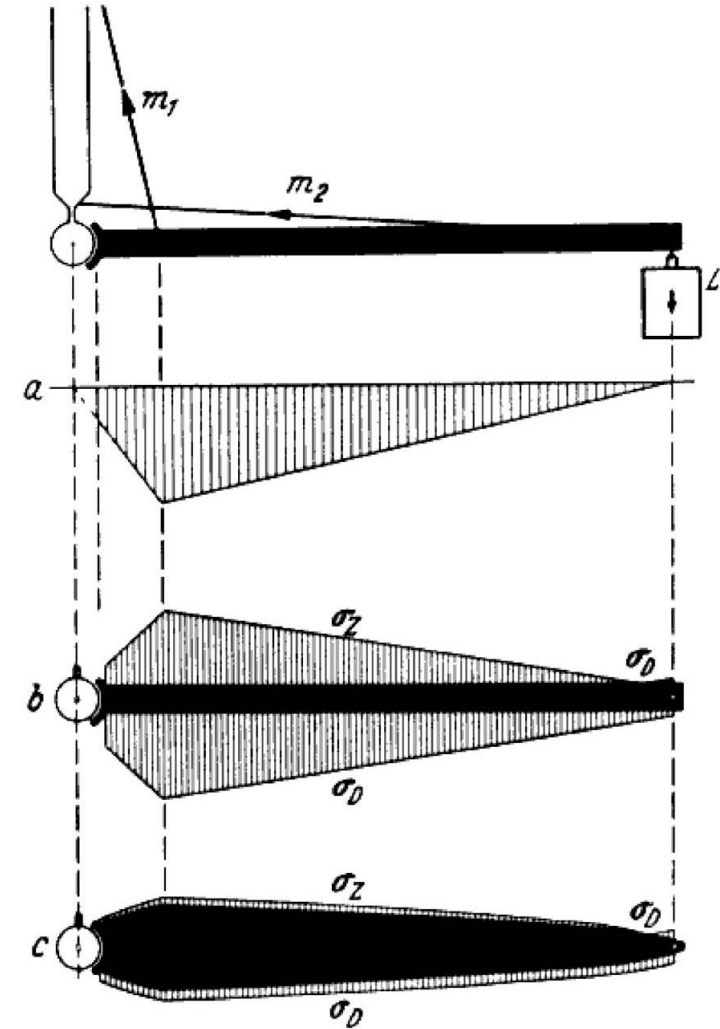
Bei Biegung und Torsion ist Röhre bei gleichem Flächeninhalt (d.h. gleiche Masse) steifer und fester als Vollkreis. Vgl. axiale und polare Flächenmomente



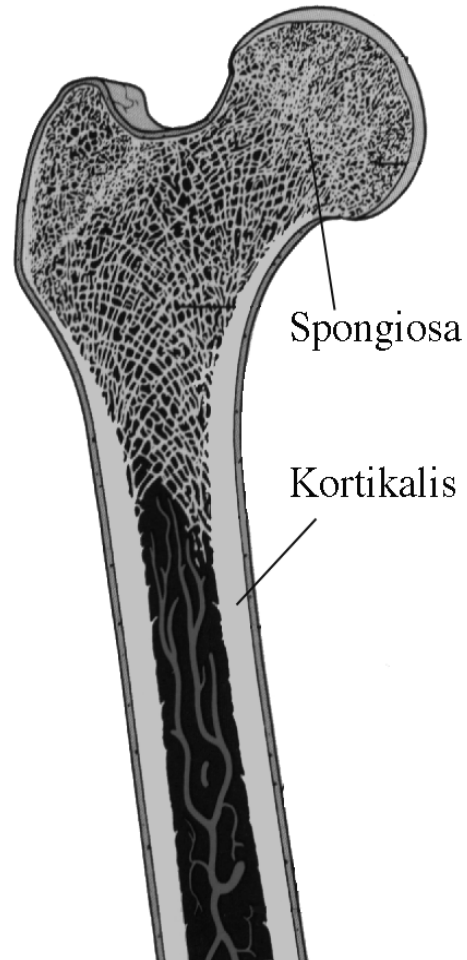
Prinzip: Angepasster Querschnittsverlauf



Knochenquerschnitt an Biegemomentenverlauf angepasst.

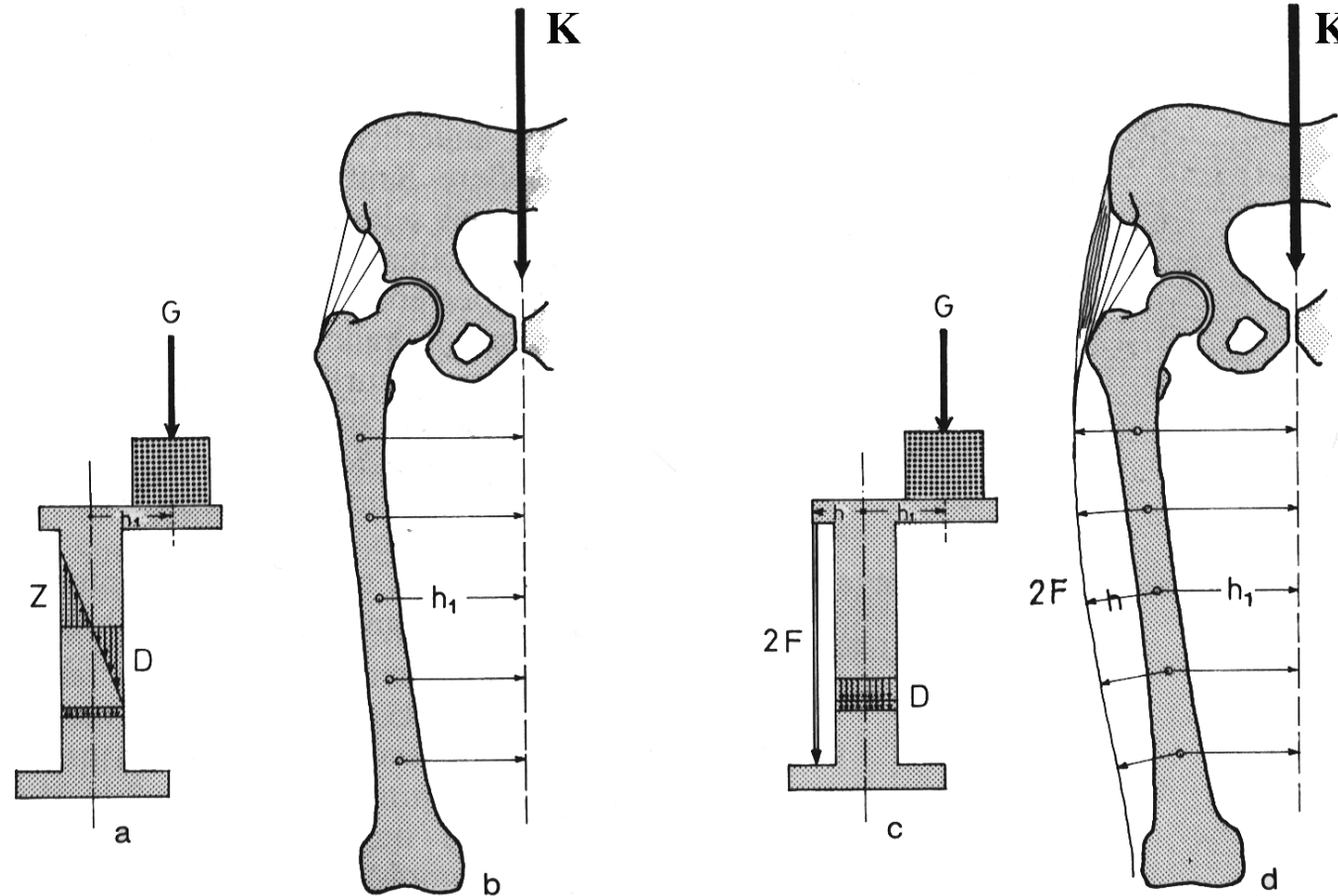


Prinzip: Spongiöser Knochen



➔ Knorpel erfordert große Fläche. Epiphysen haben größeren Durchmesser als Diaphysen. Kompakter Knochen wäre hier Materialverschwendung. Vgl. Leichtbauprinzip „Sandwichplatte“.

Prinzip: Zuggurtung

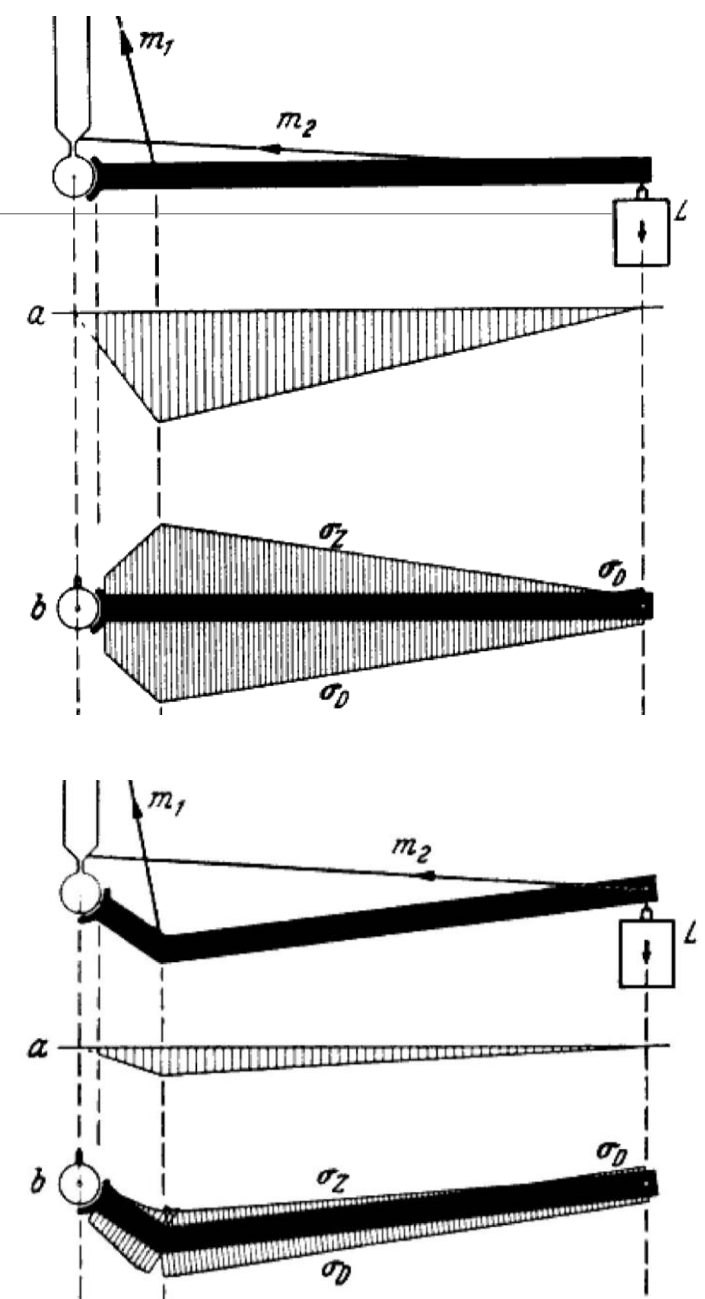


➔ Knochen „mag“ keine Zugspannungen! Zug wird daher teilweise von Bändern (tractus ilio-tibialis) übernommen. Vgl. Spannbeton.

Prinzip: Schaftkrümmung



Knochenachse wird bereichsweise so gekippt, dass Knochen hauptsächlich auf Druck belastet wird, und weniger auf Biegung. In der Folge werden vor allem die Zugspannungen reduziert.



Fragen und Feedback

