

KG-Vorlesung „Biomechanik“

**Grundlagen der
Kinematik und Dynamik**

Start: 13:10

Dr.-Ing. Ulrich Simon
UZWR, Universität Ulm

www.uzwr.de

www.biomechanics.de

> UZWR

ulm university universität **uulm**

Industrie-Kooperationen ▾ Forschung ▾ **Lehre ▾** Informationen ▾ 🔍

uzwr

Ulmer Zentrum für
Wissenschaftliches Rechnen

Ulmer Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen (UZWR)

Das Ulmer Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen (UZWR) ist ein interdisziplinärer Forschungsschwerpunkt der Universität Ulm.

“ UNSER NAME:
Wissenschaftliches Rechnen bedeutet -> Angewandtes Rechnen

Interessante anwendungsorientierte Forschungsfragen aus Wissenschaft und Wirtschaft werden mit modernen numerischen Methoden bearbeitet.

Aktuelles

3. Workshop Resorbable Bone Implants
3. Workshop Resorbable Bone Implants
15. Juli 2016 →

Schülerinnen schnuppern Uni-Luft: Modellierungswoche CSE

Institut für Unfallchirurgische Forschung und Biomechanik

ulm university universität **uulm**

Information ▾ Forschungsfelder ▾ **Lehre ▾** Publikationen ▾ 🔍

ufbulm
Ulmer Zentrum für Unfallchirurgische Forschung und Biomechanik | Universitätsklinikum Ulm

Institut für Unfallchirurgische Forschung und Biomechanik

Willkommen auf unseren Internetseiten!

“ Wir forschen an den Ursachen von Erkrankungen des Bewegungsapparates und entwickeln und prüfen neue Therapieverfahren. Übergeordnetes Ziel unserer Forschungsarbeit ist es die Ursachen von Erkrankungen zu verstehen und die Therapie verletzter und erkrankter Patienten zu verbessern.

Das Institut ist Mitglied in folgenden Forschungsverbänden:

Hertha-Nathorff

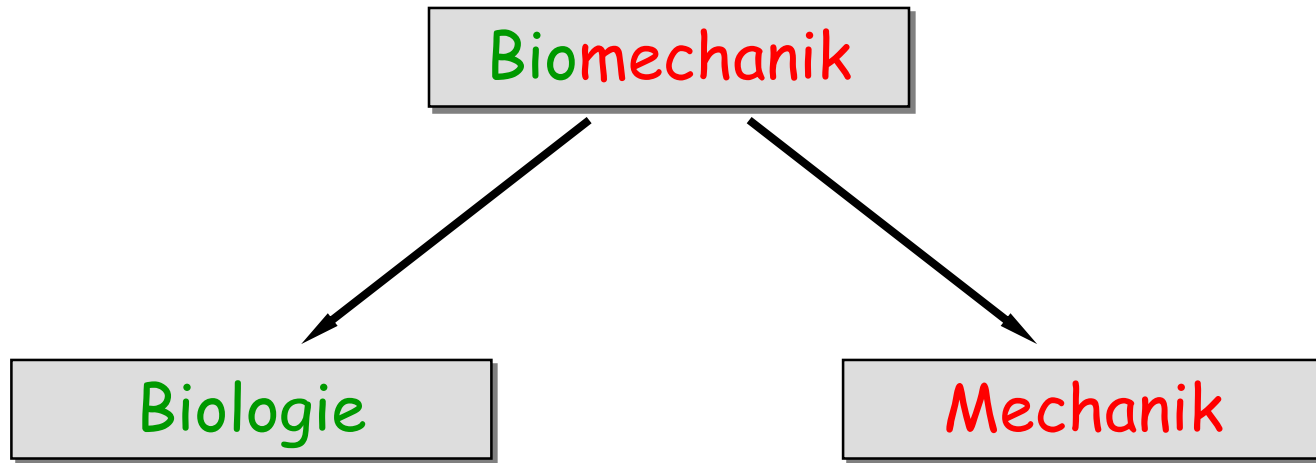
uulm = 50 jahre wissen²

Telefonverzeichnis
Hier aufklappen ▾

Skript/Folien als Download:

→ Lehre → Lehrexport und Weiterbildung → Biomechanik ... für KG's

Allgemeines



Ziel der Vorlesung:

Mechanische Grundlagen in anschaulicher Form aufzufrischen.

Gliederung

ALLGEMEINES

Ziel der Vorlesung
Zur Gliederung der Vorlesung
Allgemeines

STATIK STARRER KÖRPER

Die Kraft
Das Moment
Freikörperbild
Statisches Gleichgewicht
Rezept zum Lösen von
Aufgaben
Rechenbeispiel „Muskelkraft“

ELASTOSTATIK

Die Spannungen
Dehnungen
Materialgesetze
Einfache Lastfälle

KINEMATIK

Koordinatensysteme
Weg
Geschwindigkeit
Beschleunigung
Zusammenfassung
Beispiel-Diagramm

KINETIK / DYNAMIK

Erstes Newtonsches Gesetz
Zweites Newtonsches Gesetz
d'Alembertsches Prinzip
Energie, Arbeit und Leistung

Wiederholungsfragen zum Begriff der „Kraft“

Was ist eine Kraft?

Ursache für z.B. Verformung und/oder Beschleunigung von Körpern.

Wie kann man eine Kraft (in einer Skizze) darstellen?

*Pfeil (Vektor) mit
Richtung, Orientierung und Größe*

Fester Punkt



Welche Einheit hat die Kraft?

Newton $N = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{sec}^2$

Welche Anziehungskraft wirkt auf eine Masse von $m = 1 \text{ kg}$ auf der Erde?

$$F_G = m \cdot g = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 10 \text{ N}$$

Worin besteht der Unterschied zwischen *Statik* und *Dynamik*?

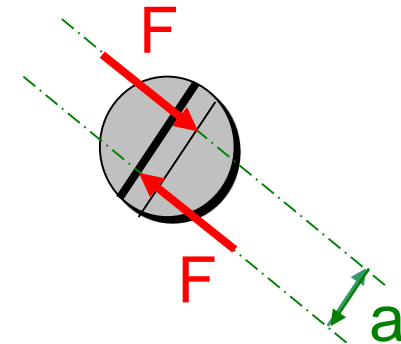
Statik: Kräftegleichgewicht an ruhenden Körpern

Dynamik: Bewegung von Körpern aufgrund von Kräften

Wiederholungsfragen zum Begriff „Moment“

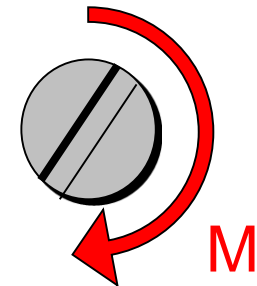
Was ist ein Moment?

- *Moment = „Drehkraft“*
- *Ursache für z.B. Dreh-Verformungen oder Dreh-Beschleunigungen von Körpern.*
- *Moment entspricht Kräftepaar $M = F \cdot a$*



Wie kann man eine Moment (in einer Skizze) darstellen?

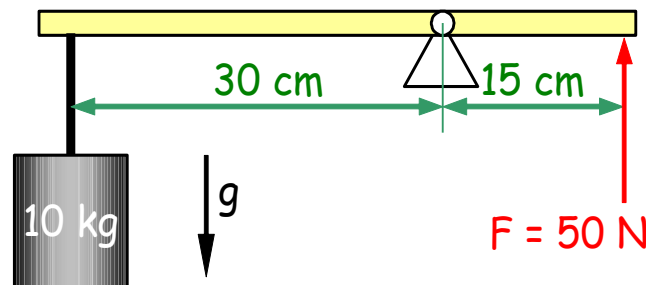
*Dreh-Pfeil mit Richtung (Achse),
Orientierung und Größe*



Welche Einheit hat das Moment?

Newton-Meter: $N \cdot m = kg \cdot m^2/sec^2$

Wer gewinnt?



Wiederholungsfragen zu „Spannung und Dehnung“

Was ist eine Spannung?

Spannung = auf Fläche „verschmierte“ Kraft

Spannung = Kraft pro Fläche ($\sigma = F/A$)

Welche Einheit hat eine Spannung?

Einheit: Pascal Pa = N/m^2

oder: Mega-Pascal MPa = N/mm^2

Wozu braucht man Spannungen? Was bedeuten sie anschaulich?

Spannungen sagen etwas über die Beanspruchung von Körpern aus.

Beispiel: Knochen bricht bei mehr als 120 MPa.

Was ist der Unterschied zwischen Zug-, Druck-, Schubspannung?

Zug- und Druckspannung wirken senkrecht zur Schnittfläche

Eine Schubspannung wirkt parallel zur Schnittfläche.

Was ist eine Dehnung?

Dehnung = Längenänderung durch Ursprungslänge ($\varepsilon = \Delta L/L_0$)

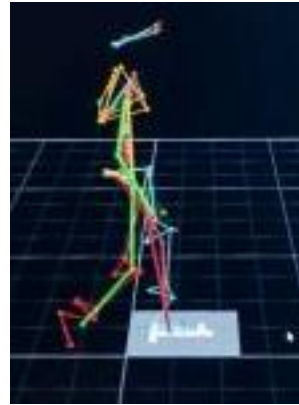
Welche Einheit hat eine Dehnung?

Einheit: „1“ bzw. keine bzw. %

Motivation: Ganganalyse

Kinematisch* (Bewegung erfassen)

- Video Capture,
- mit oder ohne Marker,
- Winkel, Wege, usw. messen



Kinetisch (Kräfte erfassen)

- Bodenreaktionen
- Pedographie
- EMG -> Muskelaktivitäten



Alles ZEITABHÄNGIG !



*) In Wikipedia m.E. mit „kinematographisch“ verwechselt.

Motivation: Lernziel

Begriffe kennen:

- Kinematisch, kinetisch sowie statisch, dynamisch
- Translation, Rotation
- Koordinaten (absolute, relative)
- Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung
- Winkel, Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung

Zusammenhänge kennen:

- Kräfte erzeugen Beschleunigungen
- Beschleunigungen erzeugen Geschwindigkeitsänderungen
- Geschwindigkeiten erzeugen Wegänderungen
- Dynamisches Kräftegleichgewicht

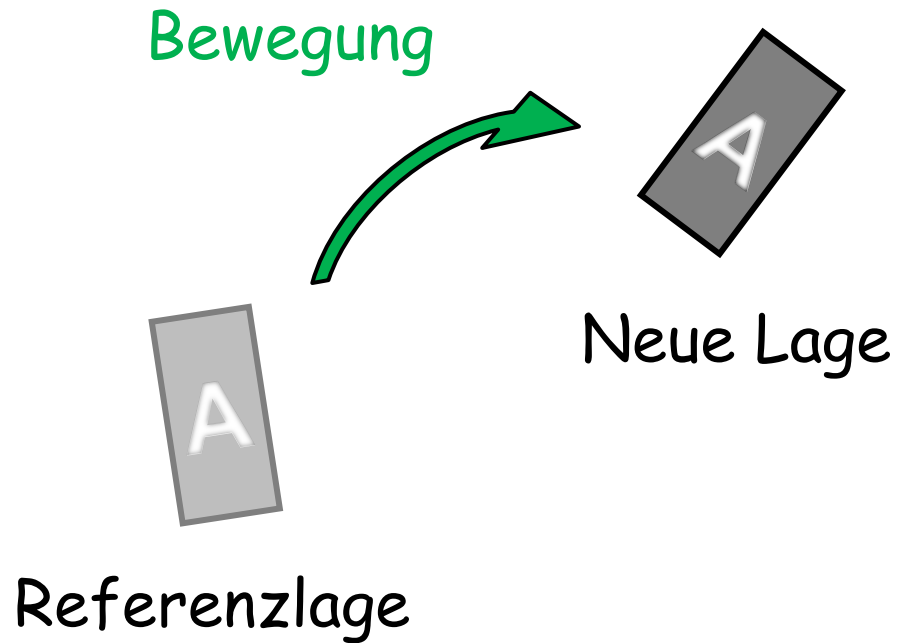
Kinematik

- Beschreibt und analysiert Bewegungen, ohne Kräfte zu betrachten.
- Will man „mit Kräften“ → Dynamik (Kinetik)
- Bei starren Körpern genügen endlich viele Koordinaten zur Beschreibung.
- Koordinaten beschreiben die Lage der Körper zu jedem Zeitpunkt.

Zum Merken:

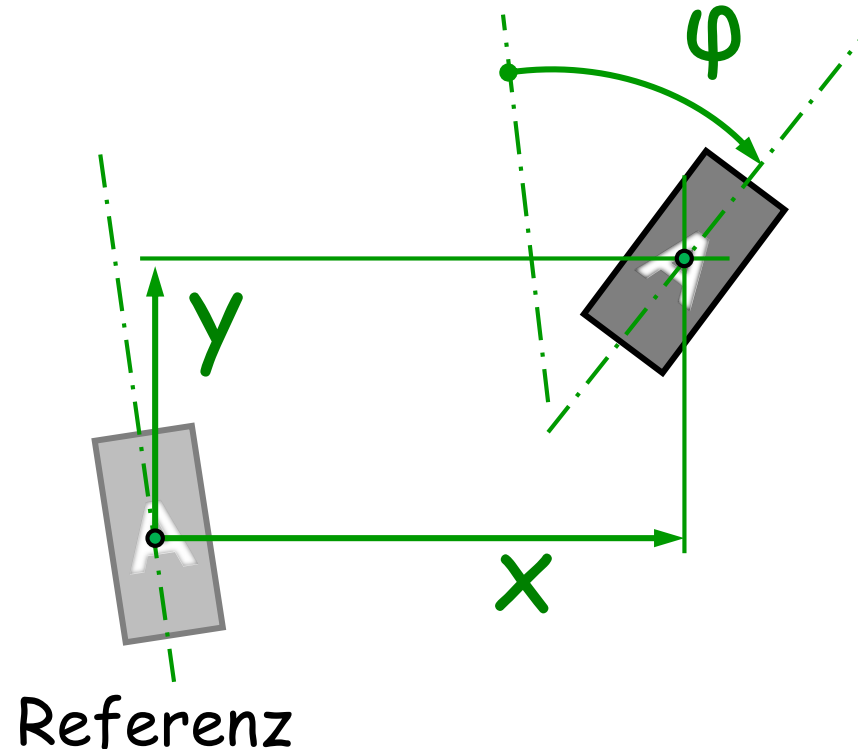
Kinematik = zeitveränderliche Geometrie

Vorüberlegung



Wie kann man mit möglichst wenigen Zahlen/Worten diese Bewegung beschreiben?

Vorüberlegung



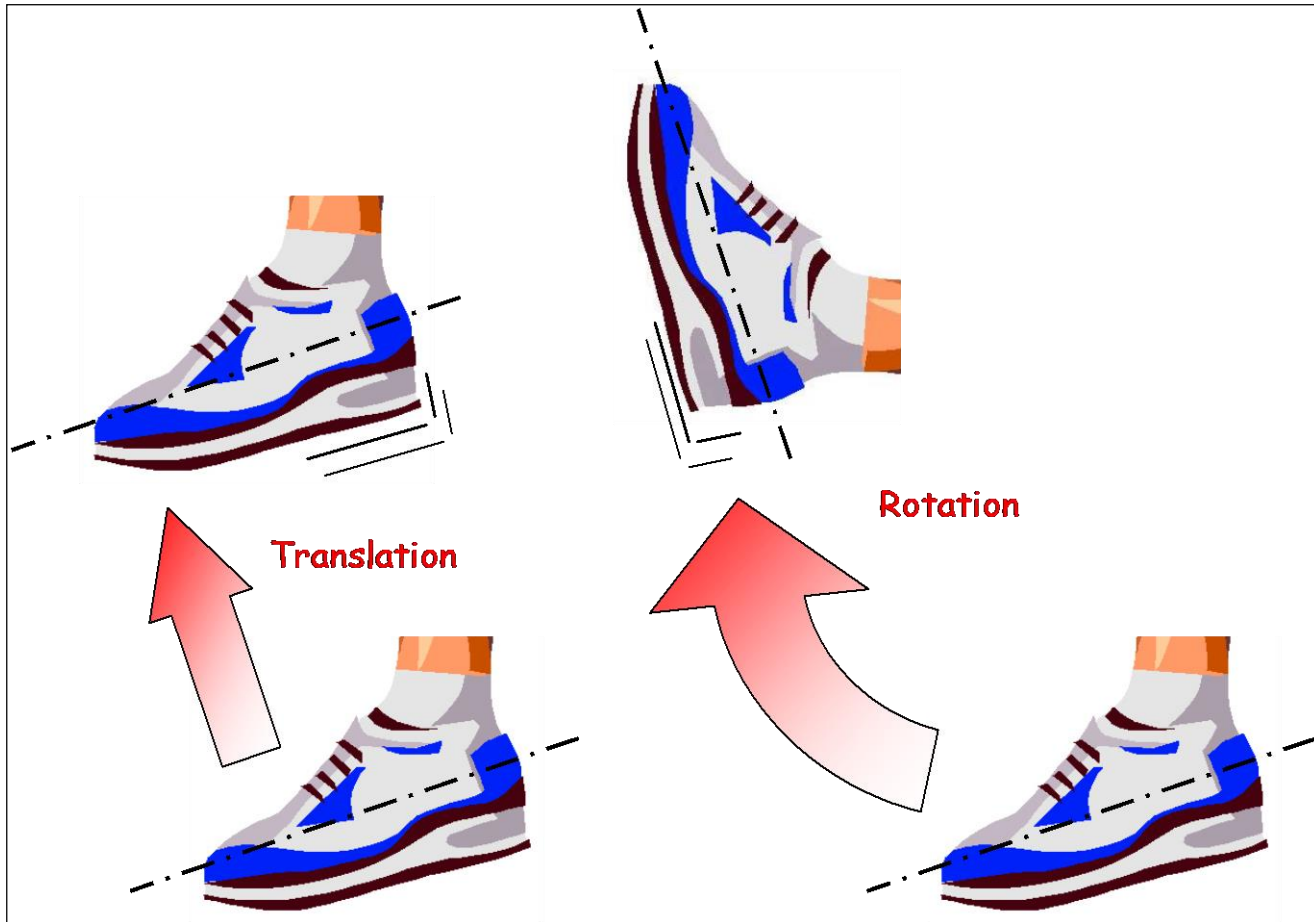
3 Anweisungen:

- Rechts rüber ...
- Hoch ...
- Kippen ...

Mit 3 Koordinaten:

- x Verschiebung des Schwerpkts horizontal
- y Verschiebung vertikal
- φ Verdrehung um den Schwerpunkt

Bewegungsarten: Translation, Rotation



Lage eines starren Körpers

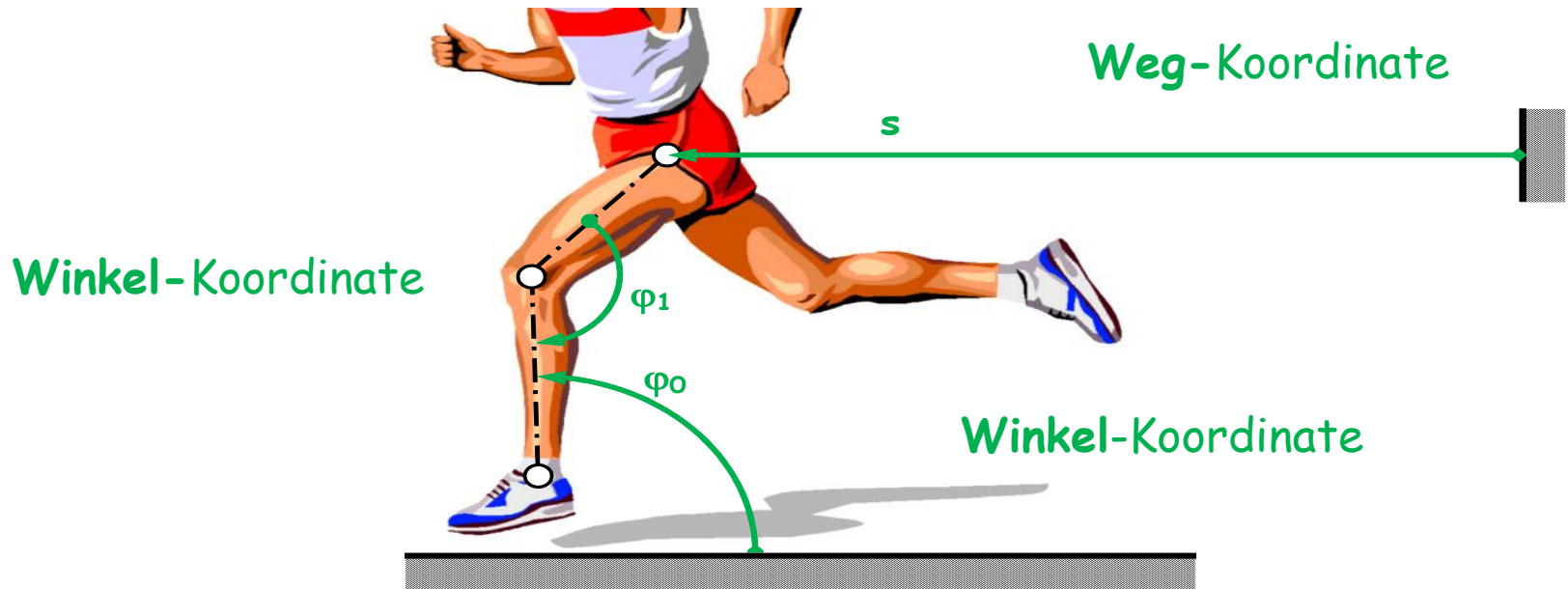
In 2D: 3 Koordinaten

- Translationen x, y
- Rotationen φ

In 3D: 6 Koordinaten

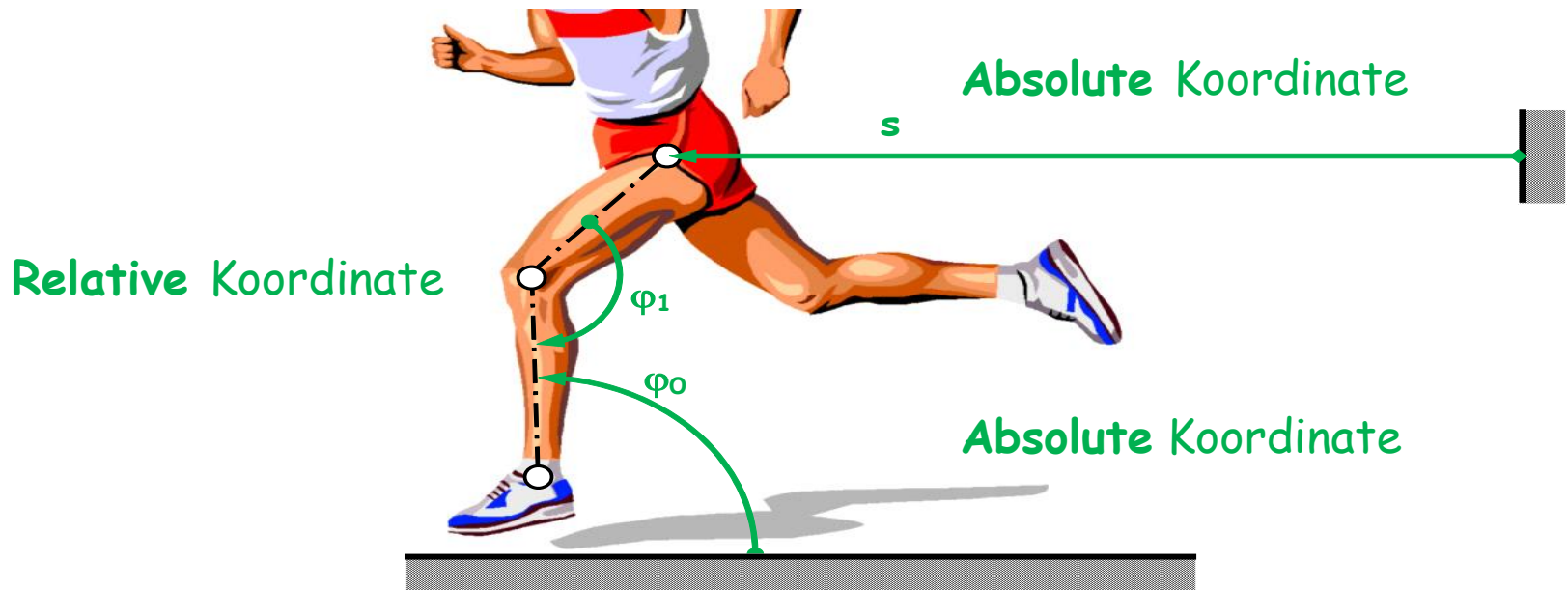
- Translationen x, y, z
- Rotationen $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$

Koordinaten: Wege oder Winkel



- **Weg-Koordinaten:** translatorische Lage im Raum
- **Winkel-Koordinaten:** rotatorische Lage im Raum

Koordinaten: absolut oder relativ



- **Absolute Koordinaten:** Lage im Raum, für Trägheitskräfte
- **Relative Koordinaten:** Lage zu anderen (bewegten) Körpern, für Gelenkfunktion

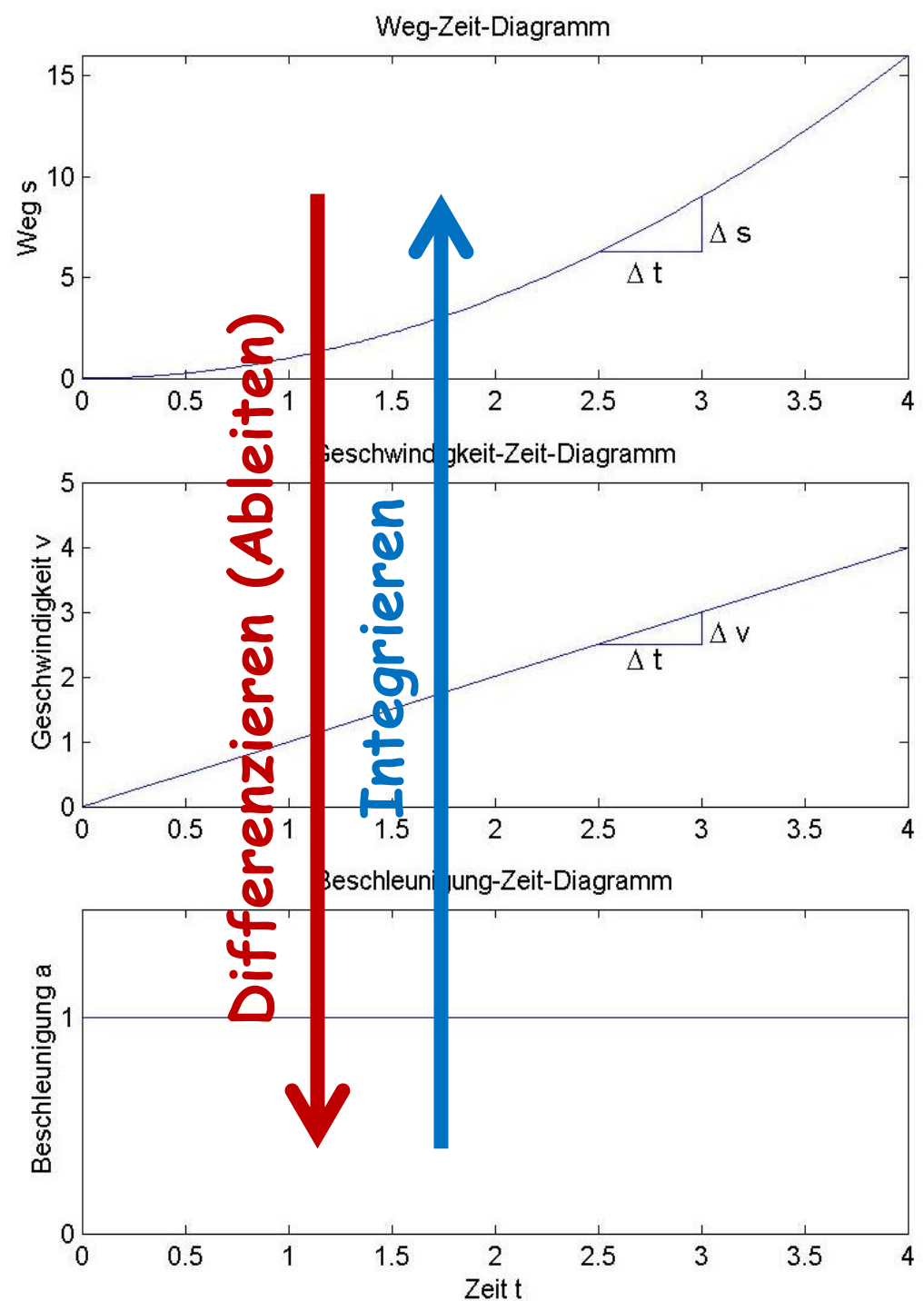
Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung

Translation	Weg: Abstand zwischen <u>zwei</u> Punkten.	x	m
	Geschwindigkeit: Die Änderung des Weges mit der Zeit.	v	$\frac{\text{m}}{\text{sec}}$
	Beschleunigung: Änderung der Geschw. mit der Zeit (Betrag und/oder Richtung).	a	$\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$
Rotation	Winkel: Neigung zwischen <u>zwei</u> Achsen.	φ	Grad
	Winkelgeschwindigkeit: Die Änderung des Winkels mit der Zeit.	ω	$\frac{\text{Grad}}{\text{sec}}$
	Winkelbeschleunigung: Die Änderung der Winkelgeschwindigkeit mit der Zeit.	α	$\frac{\text{Grad}}{\text{sec}^2}$

Weg

Geschwindigkeit

Beschleunigung

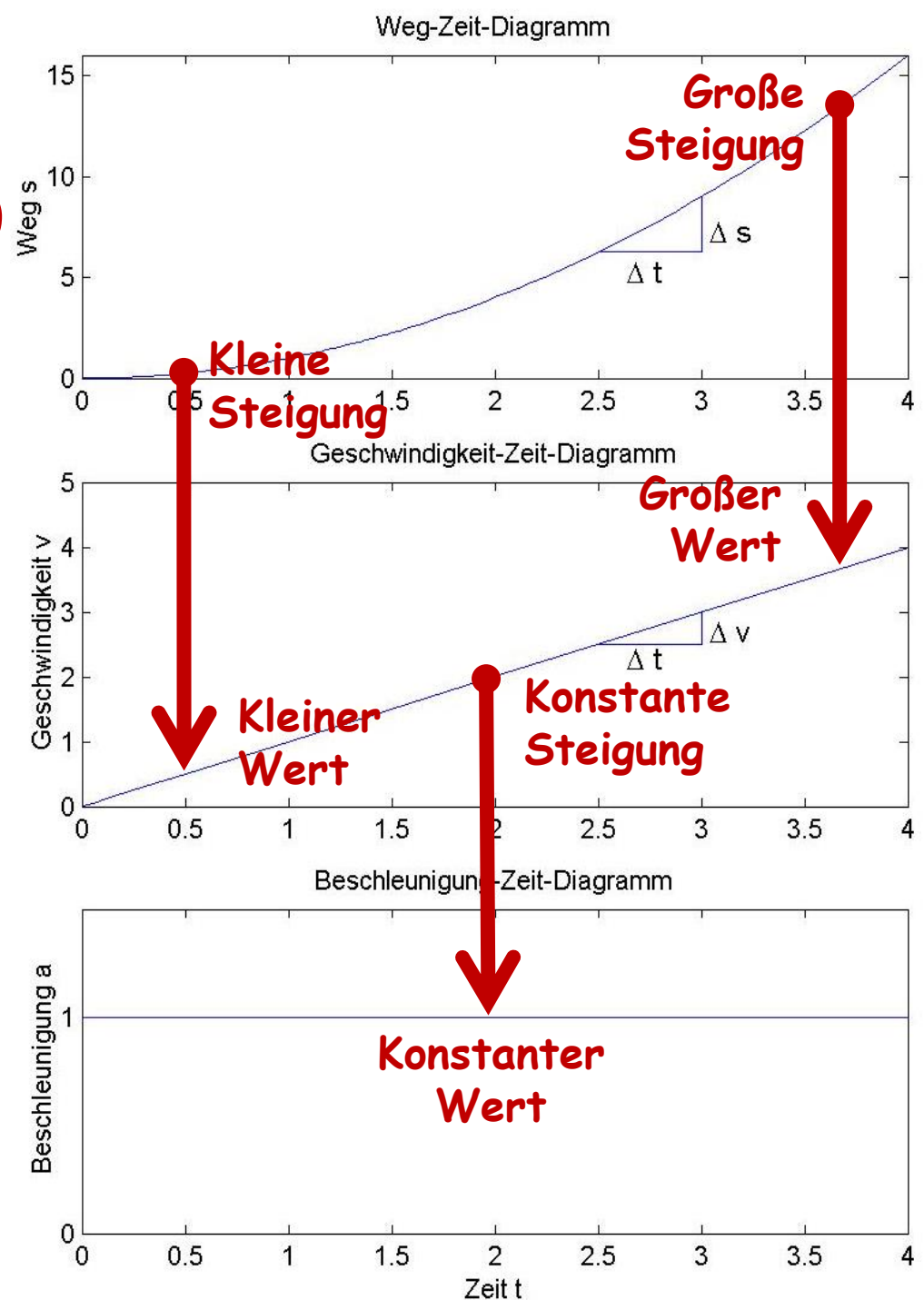


Differenzieren (mit Steigungs-Regel)

Je größer die Steigung der Ausgangskurve an einer bestimmten Stelle (x), je größer der Wert der neuen Kurve.

Integrieren

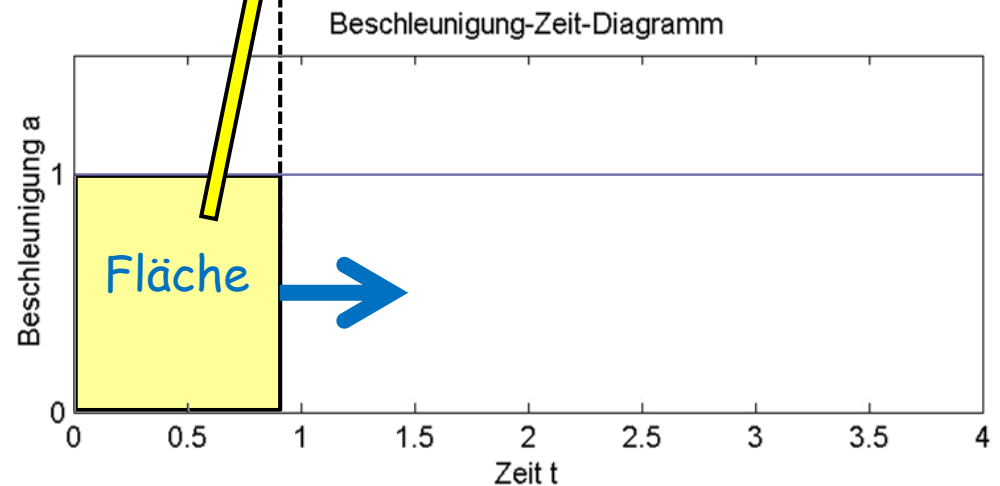
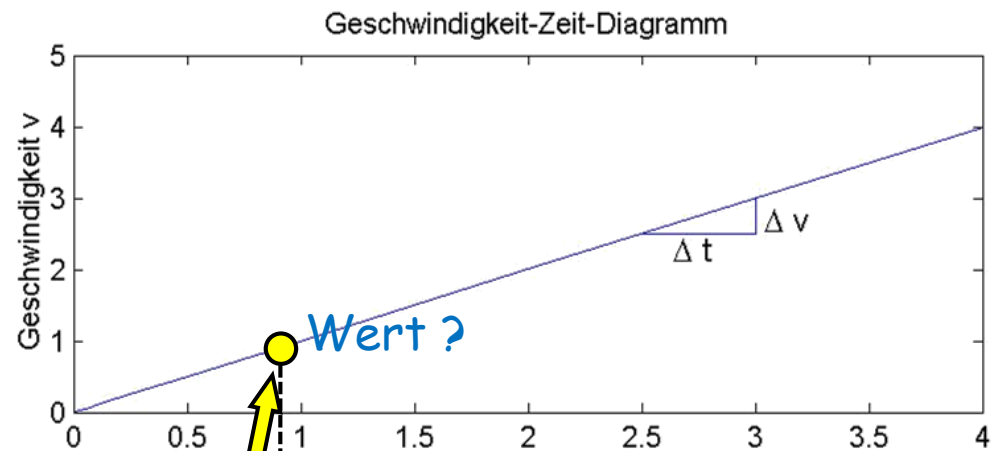
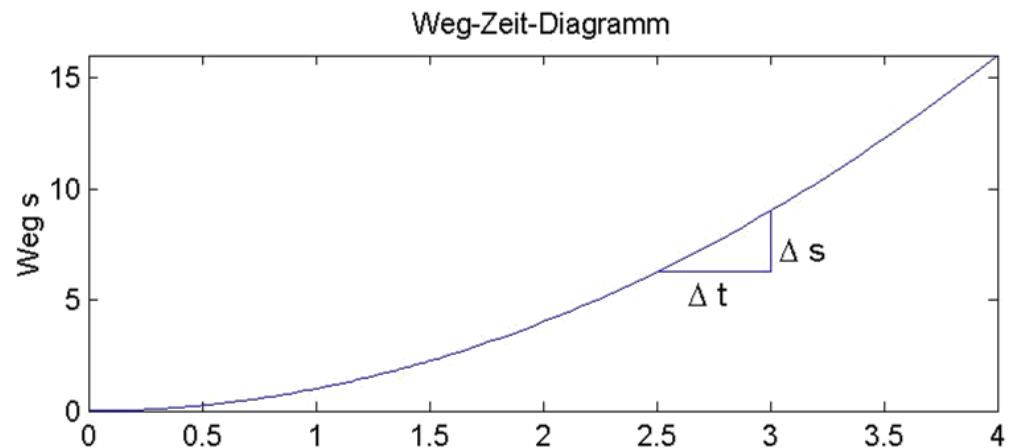
→ Umkehroperation.



Integrieren (mit Flächen-Regel)

Je größer die **Fläche** unter der Ausgangskurve links von der bestimmten Stelle (x), je größer Der **Wert** der neuen Kurve.

Integrieren



Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung

Zum Merken:

- Geschwindigkeit ist die (momentane) Änderung der Position (des Weges) pro Zeiteinheit.
- Beschleunigung ist die (momentane) Änderung der Geschwindigkeit pro Zeiteinheit.

Hinweise:

„Momentane Änderung“ = „Ableiten“ (Differenzieren)

Beispiele:

Position bleibt \rightarrow Geschwindigkeit = 0

Geschwindigkeit bleibt \rightarrow Beschleunigung = 0

Lange hohe Geschwindigkeit \rightarrow Große Strecke

Lückentext

- Ist die Position konstant, dann ist die Geschwindigkeit **null**
und die Beschleunigung ist **auch null**
- Bleibt die Geschwindigkeit konstant, dann ist die Beschleunigung **null**
und die Position **nimmt (linear) zu**
- Ist die Beschleunigung konstant, dann ist die Geschwindigkeit **linear wachsend**
und die Position ist **quadratisch (überproportional) wachsend**
- Auf einen Körper wirkt eine konstante Kraft. Dann ist die Beschleunigung **auch konstant**
- Wenn der Betrag der Geschwindigkeit konstant bleibt, aber ihre Richtung sich ändert, dann ist die Beschleunigung **nicht 0 (& quer zur Geschw.)**
- Bei einer Kreisbahn mit konstanter Geschwindigkeit ist die Beschleunigung **nicht 0 & quer zur Geschw., also zum Zentrum = Zentripetalbeschl.**
- Ein Körper ändert seinen Bewegungszustand (Betrag und Richtung der Geschwindigkeit) nicht, wenn **die Beschleunigung 0 ist (und damit keine Kräfte auf ihn wirken)**

Momentanpol

- Körperfester Punkt der augenblicklich keine *Geschwindigkeit* hat.
- Der Körper dreht sich augenblicklich um diesen Punkt.
- Bei einer reinen Translation liegt der Momentanpol im Unendlichen.



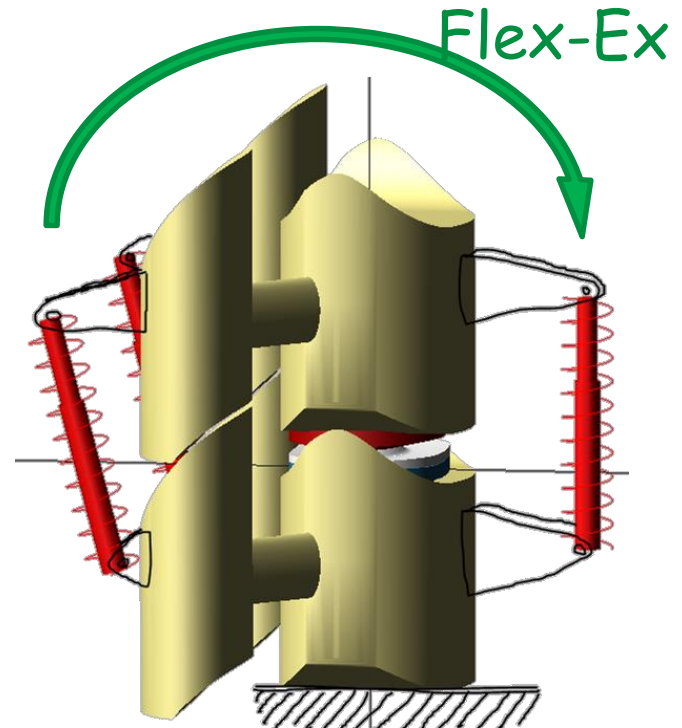
Anwendungsbeispiel zum Momentanpol

Kinematisches Modell von C5-C6- Wirbelsegment mit Bandscheibenimplantat

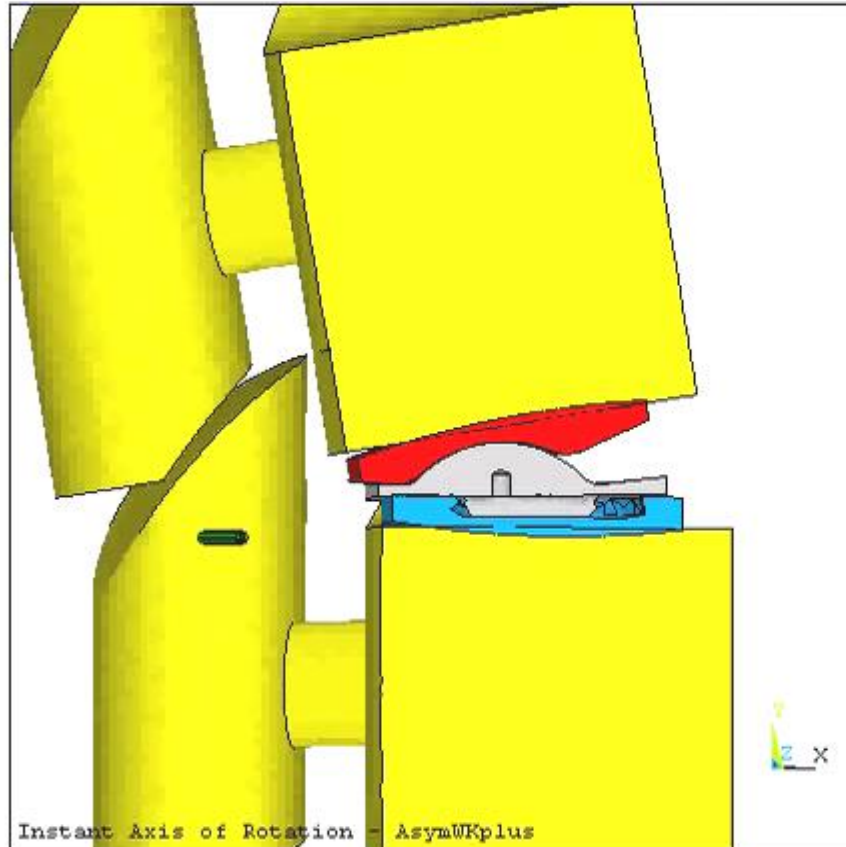
- 3D, idealisierte Geometrie
- Bandscheibenimplantat
- Bänder mit Zugkräften
- Erzwungene Flex-Ex-Bewegung

→ Berechnung der Momentanen Drehachse

→ Ziel: Implantat soll möglichst
physiologische Kinematik zeigen



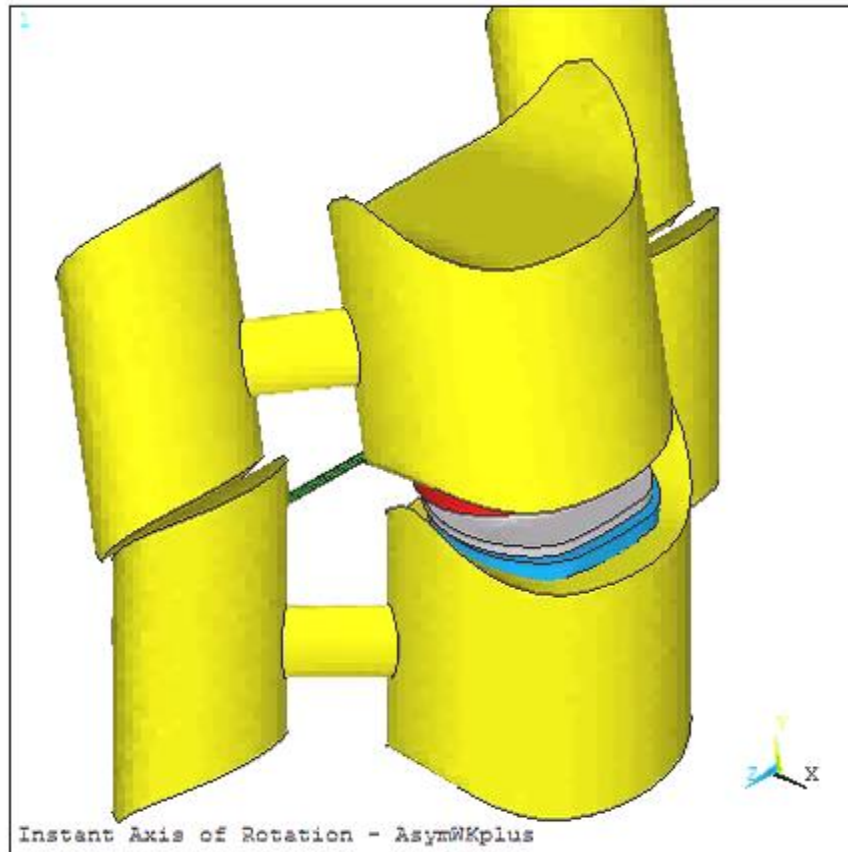
Anwendungsbeispiel zum Momentanpol



```
ANSYS 13.0  
MAR 18 2011  
07:21:01  
DISPLACEMENT  
STEP=7  
SUB =1  
TIME=1.03  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =15.3965
```



Anwendungsbeispiel zum Momentanpol



```
ANSYS 13.0  
MAR 18 2011  
11:44:34  
DISPLACEMENT  
STEP=7  
SUB =1  
TIME=1.03  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Max  
DMX =15.3965
```

Dynamik

- Dynamos (griechisch Kraft)
- Auch Kinetik genannt
- Jetzt werden die Kräfte betrachtet

Was ändert sich in der Dynamik gegenüber der Statik?

Statisches Gleichgewicht

Wichtig: Gleichgewicht nur an "Freikörperbildern"

Für ein **ebenes** (2D) Problem gelten **drei** Gleichungen:

Summe aller Kräfte in x - Richtung: $F_{1,x} + F_{2,x} + \dots = 0$,

Summe aller Kräfte in y - Richtung: $F_{1,y} + F_{2,y} + \dots = 0$,

Summe aller Momente bezüglich P: $M_{1,z}^P + M_{2,z}^P + \dots = 0$.

(Für ein **räumliches** (3D) Problem gelten dagegen **sechs** Gleichungen)

Zum Merken: „Gleichgewicht“

Summe aller Kräfte und Momente muss Null sein !

Lösungsrezept

Schritt 1: Modellbildung. Generieren eines Ersatzmodells (Skizze mit Geometrie, Lasten, Einspannungen). Weglassen unwichtiger Dinge. Das "reale System" muss abstrahiert werden.

Schritt 2: Schneiden, Freikörperbilder. System aufschneiden, Schnittkräfte und Schnittmomente eintragen,

Schritt 3: Gleichgewicht. Kräfte- und Momentengleichgewichte für Freikörper anschreiben.

Schritt 4: Gleichungen lösen.

Schritt 5: Ergebnis deuten, verifizieren, mit Experiment vergleichen; Plausibilität prüfen.

d'Alembertsches Prinzip

- Trägheitskräfte und -momente genau wie sonstige äußere Kräfte und Momente behandeln. Im FKB eintragen.
- Dynamisches Gleichgewicht genau so wie statisches Gleichgewicht verwenden.

$$\sum F_{i,x} = 0$$

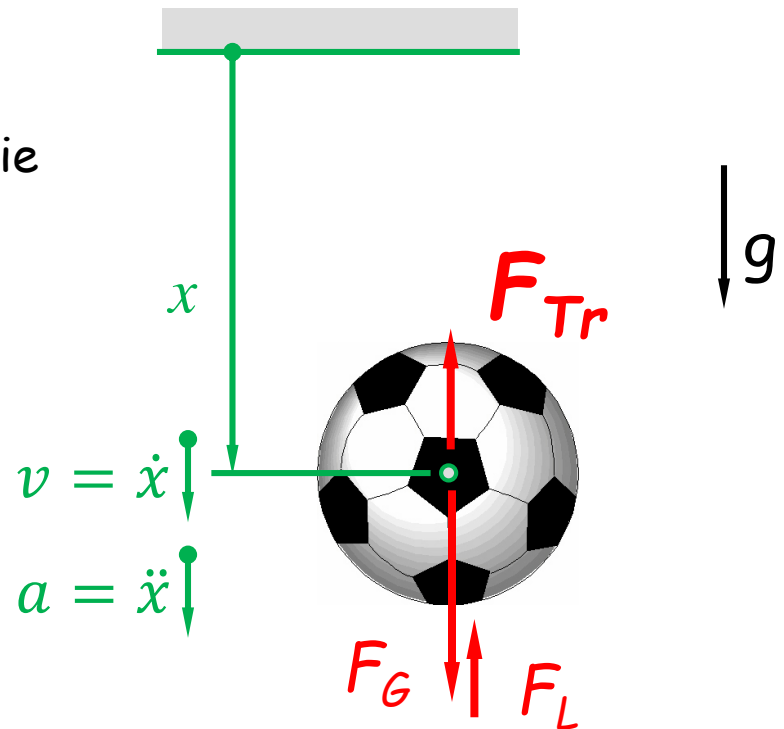
$$F_{Tr} + F_L - F_G = 0$$

$$ma + F_L(v) - mg = 0$$

$$ma = mg - F_L(v)$$

$$a = g - \frac{F_L(v)}{m}$$

Beispiel: „Frei fallender Fußball“



Was sagt uns das nun?

→ Der Ball beschleunigt mit g
oder etwas weniger bei Luftwiderstand

d'Alembertsches Prinzip

Zum Merken:

Ein Körper ist beschleunigt

- Wir sind in der Dynamik !!!
- Kräfte- und Momenten Gleichgewichte gelten immer noch
- wir müssen an**Trägheits**.....-kräfte und -momente denken !!!

Energie E

Einheit: Joule

$$J = N \cdot m$$

Kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Potentielle Energie:

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \quad \text{Lageenergie}$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \quad \text{Federenergie}$$

Zum Merken:

Energie bleibt erhalten.

Arbeit W

- ändert den Energieinhalt von Systemen.
- Kräfte können mechanische Arbeit verrichten, wenn sich der Kraftangriffspunkt in Richtung der Kraft verschiebt.
- Bei konstanter Kraft gilt dann:

Zum Merken:

Arbeit = Kraft mal Weg

Einheit (wie Energie): Joule

$$J = N \cdot m$$

Beispiel Hubarbeit:

$$W_{Hub} = F_G \cdot h$$

Beispiel Reibungsarbeit:

$$W_{Reib} = -F_R \cdot s$$

Leistung P

Zum Merken:

Leistung = Arbeit pro Zeit

Einheit: Watt

$$W = \frac{J}{\text{sec}} = \frac{N \cdot m}{\text{sec}}$$