

Determiniertes Chaos

Charakteristika:

- Bewegung wird chaotisch genannt, wenn keine Regelmäßigkeiten (keine Periode) erkennbar sind.
- Winzige Änderungen in Anfangsbedingungen führen schnell zu starken Abweichungen
- System ist schlecht vorhersagbar

Idealisiertes System (Modell):

- Zeigt ebenfalls chaotische Bewegungen
- Ist aber streng determiniert
- „Deterministisches Chaos“

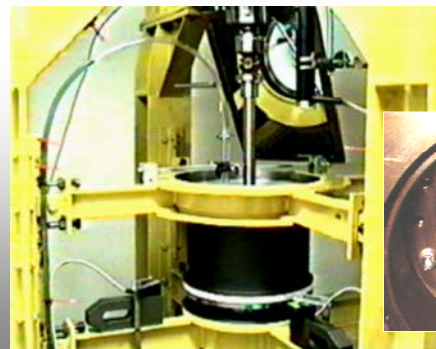
Voraussetzungen:

- Mindestens 2 FG
- Nichtlinearität
- Anschaulich: 2 Energiespeicher und selbststeuernder Energifluss

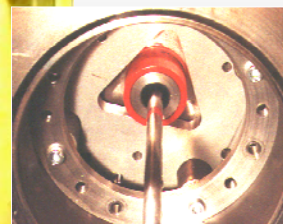
Determiniertes Chaos

Beispiele:

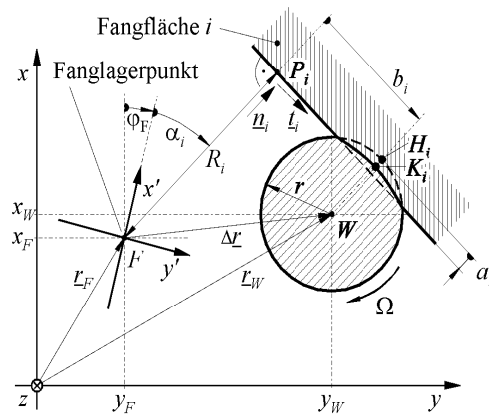
- Doppelpendel
- Pendel über drei Magneten
- Wetter, turbulente Strömungen
- Bewegungen eines Pendelrotors in einem Fanglager



Dreiseitiges
Fanglager



Einfaches Kontakt-Modell: **Kontaktkinematik**



Lage von Welle und Fanglager:

$$\underline{q}_W = [x_W, y_W, \varphi_W]^t,$$

$$q_F = [x_F, y_F, \varphi_F]^t$$

Eindringung:

$$a_i = a_i(\underline{q}_W, \underline{q}_F)$$

Relativgeschwindigkeit
normal und tangential:

$$v_{ni} = v_{ni}(q_W, q_F, \dot{q}_W, \dot{q}_F) = \dot{a}_i,$$

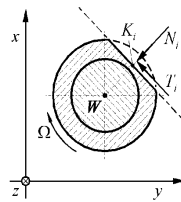
$$v_{ti} = v_{ti}(\underline{q}_W, \underline{q}_F, \underline{\dot{q}}_W, \underline{\dot{q}}_F)$$

Einfaches Kontakt-Modell: Kontaktkraft-Kennlinien

Normalkraft:

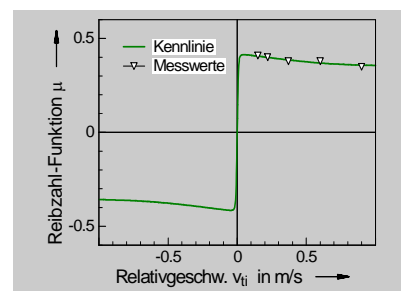
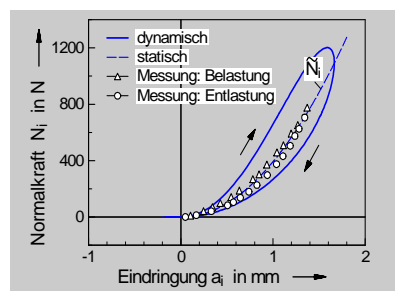
$$N_i = \tilde{N}_i(a_i) e^{(b_K v_{ni})}$$

$$\tilde{N}_i = \begin{cases} 0 & \forall \quad a_i < 0 \\ k_K a_i^p & \forall \quad a_i \geq 0 \end{cases}$$



Reibkraft:

$$T_i = N_i(a_i, v_{ni}) \mu_i(v_{ti})$$



Bewegungsgleichung: Pendel-Rotor mit Fanglager

Bewegungsgleichung:

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{q}} + [\underline{\underline{B}} + \Omega \underline{\underline{G}}] \dot{\underline{q}} + \underline{\underline{K}} \underline{q} + \underline{F}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}) = \underline{u}(t)$$

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} q_w \\ q_f \end{bmatrix} \quad \text{Auslenkungen}$$

$\underline{\underline{M}}$ Massenmatrix

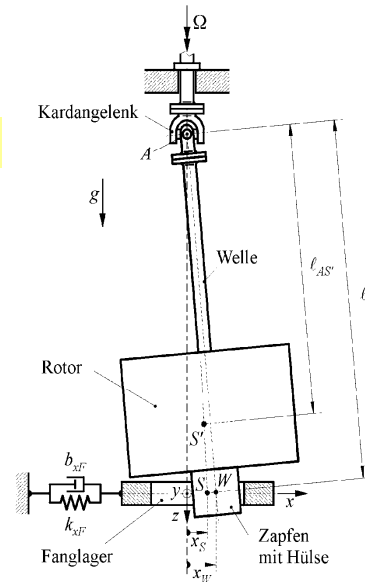
$\underline{\underline{B}}$ Dämpfungsmatrix

$\underline{\underline{G}}$ Gyroskopische Terme

$\underline{\underline{K}}$ Steifigkeitsmatrix

$\underline{F}(\underline{q}, \dot{\underline{q}})$ Kontaktkräfte

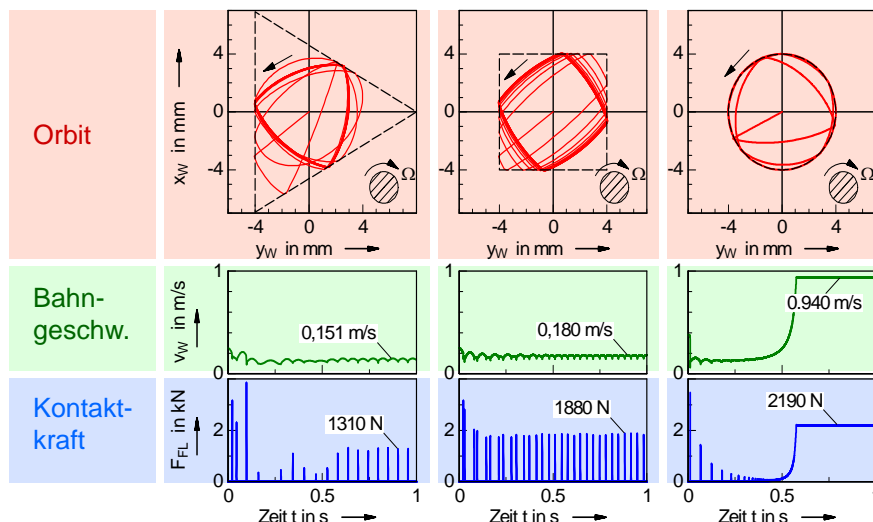
$\underline{u}(t)$ Erregung



Simulation: Periodische Bewegungen

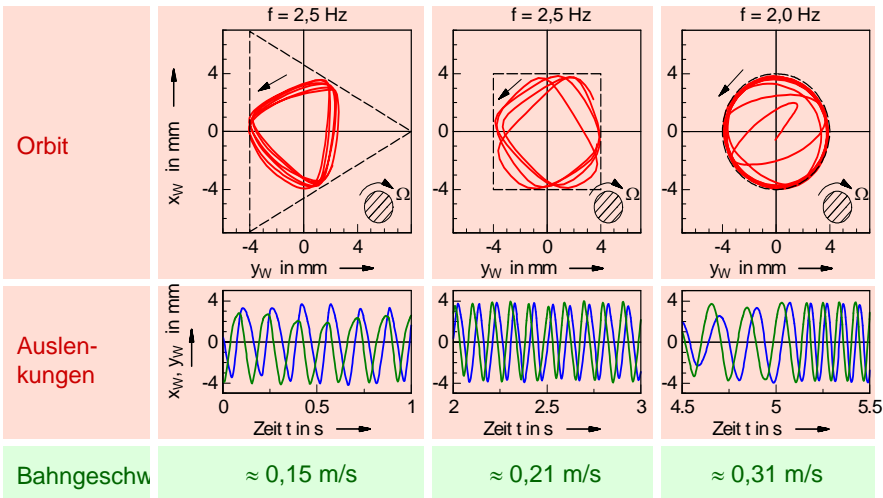
Laval-Rotor: Drehfrequenz $f = 6 \text{ Hz}$

Fanglager: starre Aufhängung, PVC-Hülse



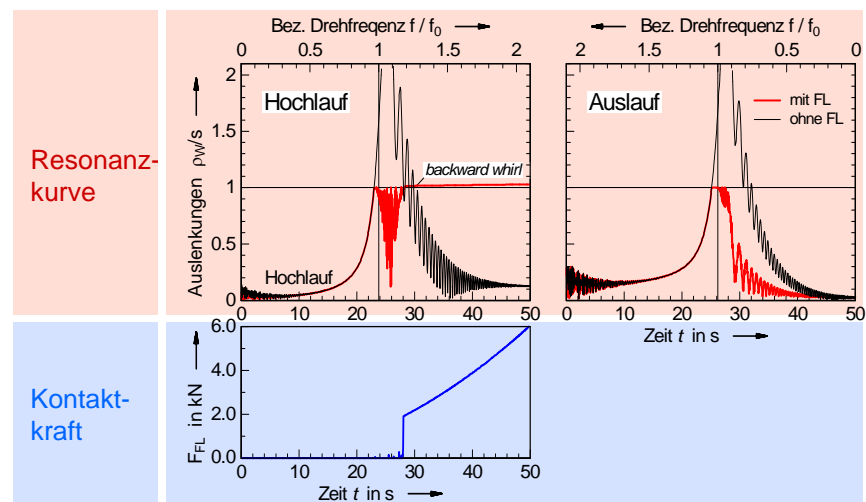
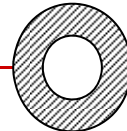
Messung: Quasi-periodische Bewegungen

Laval-Rotor: Drehfrequenz f
 Fanglager: starre Aufhängung, PVC-Hülse



Simulation: Resonanzdurchlauf

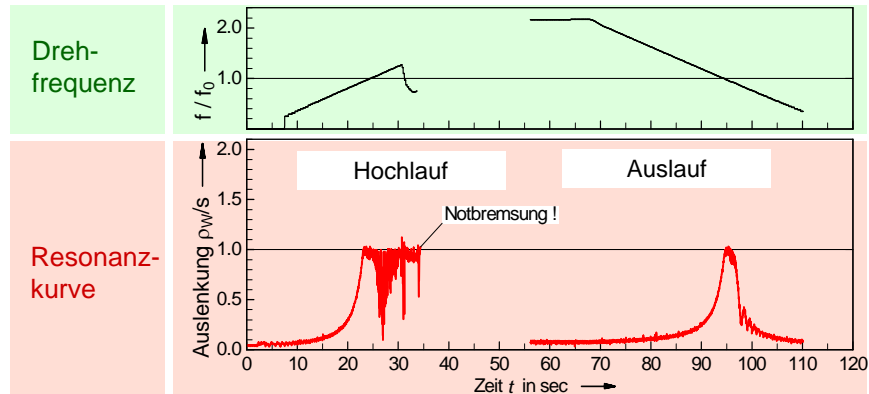
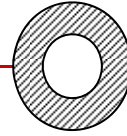
Laval-Rotor: Drehfrequenz $f = 0 \dots 10 \text{ Hz}$, Eigenfrequenz $f_0 = 4,7 \text{ Hz}$
 Fanglager: rund, starre Aufhängung, PVC-Hülse



Messung: Resonanzdurchlauf

Laval-Rotor: Drehfrequenz $f = 0 \dots 10$ Hz, Eigenfrequenz $f_0 = 4,7$ Hz

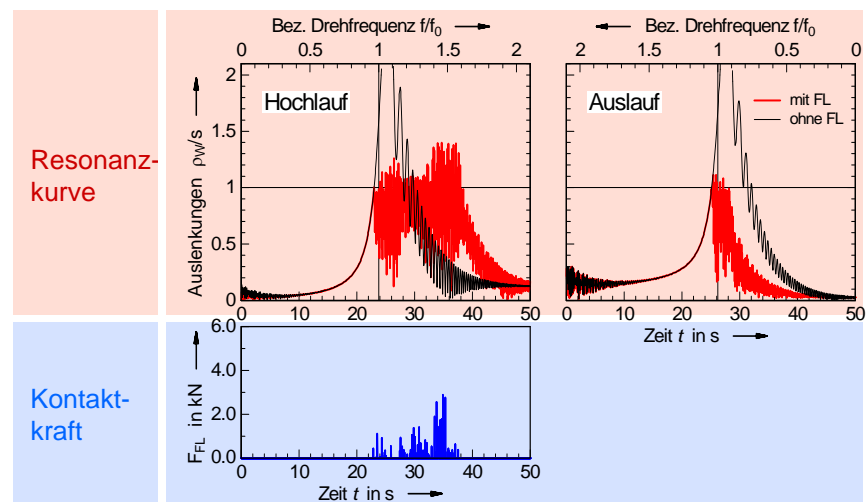
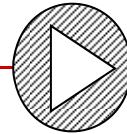
Fanglager: rund, starre Aufhängung, PVC-Hülse



Simulation: Resonanzdurchlauf

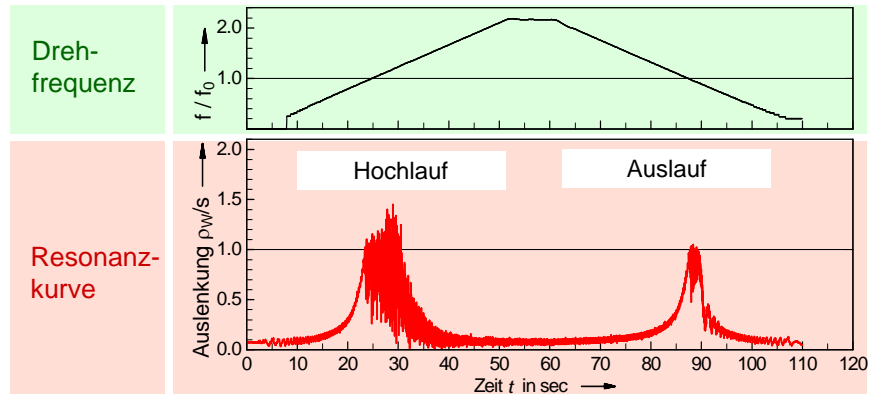
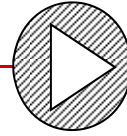
Laval-Rotor: Drehfrequenz $f = 0 \dots 10$ Hz, Eigenfrequenz $f_0 = 4,7$ Hz

Fanglager: dreiseitig, starre Aufhängung, PVC-Hülse



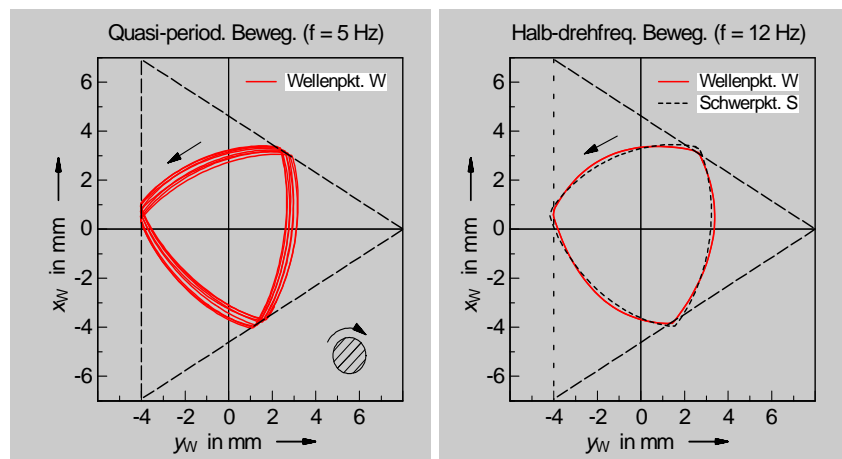
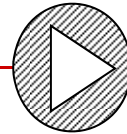
Messung: Resonanzdurchlauf

Laval-Rotor: Drehfrequenz $f = 0 \dots 10$ Hz, Eigenfrequenz $f_0 = 4,7$ Hz
 Fanglager: dreiseitig, starre Aufhängung, PVC-Hülse

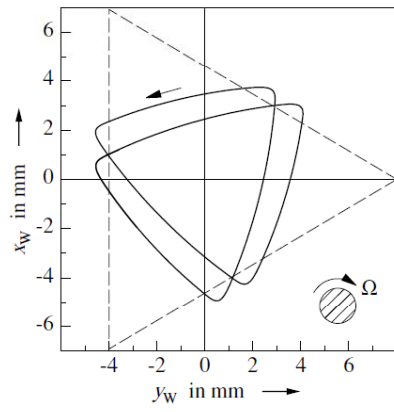


Simulation: Einfluss von Unwucht

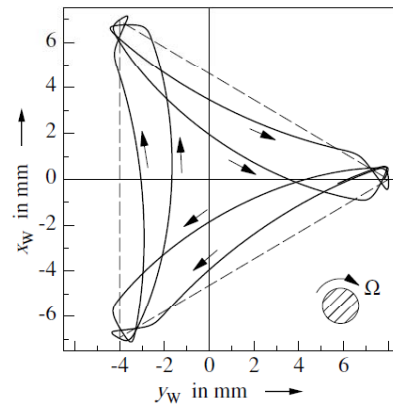
Laval-Rotor: Drehfrequenz $f = 6$ Hz
 Fanglager: dreiseitig, starre Aufhängung, PVC-Hülse



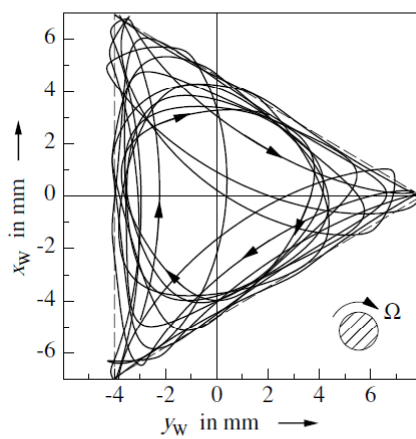
Zweischleifige Beweg. ($\Omega/2\pi = 4,57 \text{ Hz}$)



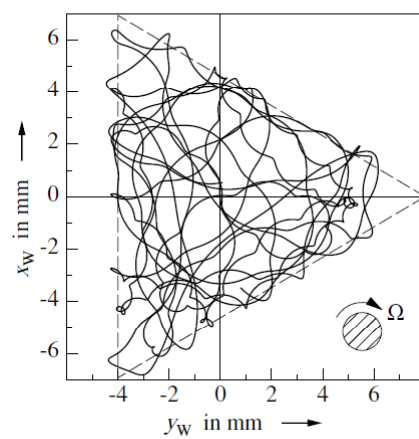
Vielschleifige Beweg. ($\Omega/2\pi = 6,40 \text{ Hz}$)

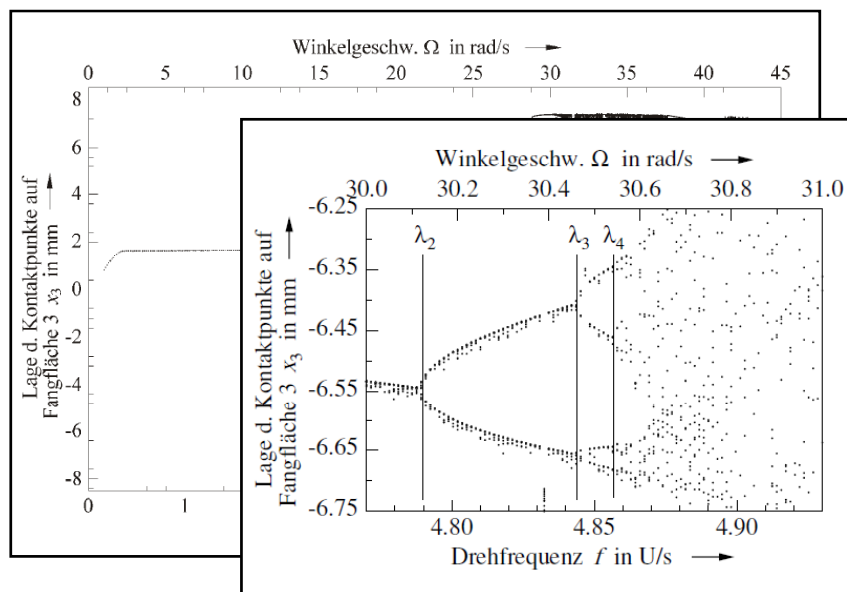
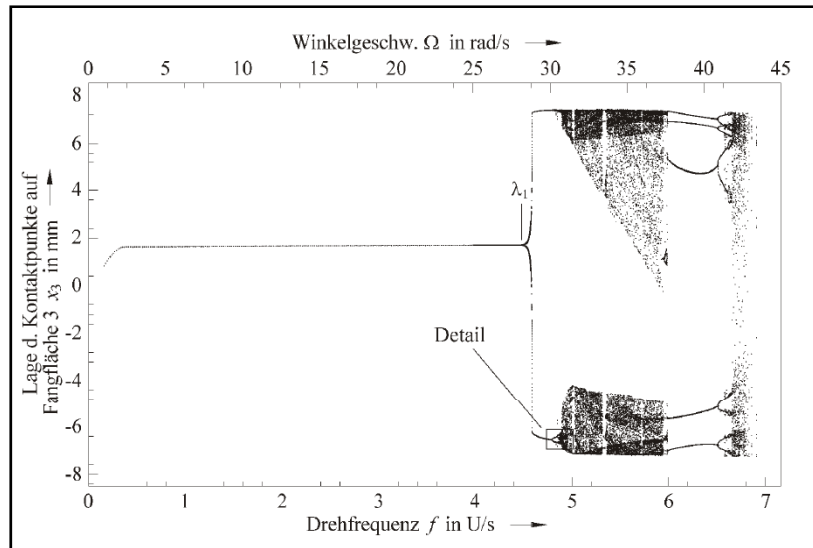


Chaotische Beweg. ($\Omega/2\pi = 6,76 \text{ Hz}$)



Chaotische Beweg. ($\Omega/2\pi = 10 \text{ Hz}$)





Determiniertes Chaos

Bifurkationsdiagramm (Feigenbaumdiagramm):

- Periodenverdopplung, mehrfach
- ... in enger werdenden Abständen („Der Weg ins Chaos“)
- Feigenbaumkonstante:

$$\delta = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{i+1} - \lambda_i}{\lambda_{i+2} - \lambda_{i+1}} = 4,66920 \dots$$

Selbsterregte Schwingungen

Beispiele:

- Tacoma Narrows Bridge
- Quietschende Kreide, Bremsen
- Rubbelnde Scheibenwischer
- Winderregte Schwingungen
- ICE Brummen
- Rotorbewegungen im Fanglager



Physikalisch:

- keine Resonanzphänomene
- In der Nähe von Eigenfreq.
- System steuert Energieaustausch selbst

Mathematisch:

- nichtlineare DFG

Beispiel „kreischende Bandsäge“

Problem: Kreischende Bandsäge

Vermutung: Durch Zahneingriff selbsterregte Schwingung

Lösungsweg: Kombination von Messungen und Simulationen



Messungen

Messungen:

- 720 Hz
- Kontinuumschwingung des Sägebandes
- Aber unabhängig von Längsspannung!?

Simulation:

- Bandlängsschwingung bei 700 Hz
- Nur Längsschw. unabh. von Spannung

Problem:

- Wie dämpft man diese Längsschwingung?

Lösung als Prototyp funktioniert bereits!

