

# Spannungsoptik

*Dr.-Ing. Ulrich Simon*

*Ulmer Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen*

[www.uni-ulm.de/uzwr](http://www.uni-ulm.de/uzwr)

## 1 Wozu dient Spannungsoptik?

Die Spannungsoptik ist ein optisches Verfahren zur experimentellen Ermittlung der Spannungsverteilung in durchsichtigen, meist ebenen Ersatzkörpern.

## 2 Erklärung für den eiligen Leser

Bei der Spannungsoptik werden Modelle aus speziellen durchsichtigen Kunststoffen mit polarisiertem Licht durchstrahlt während sie mechanisch belastet werden. Der Spannungszustand im Modell ändert die Polarisation des Lichts. Abhängig vom lokalen Spannungszustand und der genauen Versuchsanordnung erscheinen auf dem Modell helle, dunkle und/oder farbige Streifen (Isoklinen und Isochromaten), wenn man das Modell durch weitere Polarisationsfilter hindurch betrachtet. Von diesem Muster kann man auf die Spannungsverteilung im Modell schließen.

Einen sehr guten Überblick über die Theorie und Anwendung von experimentellen Methoden zur Spannungs- und Dehnungsanalyse bietet das Handbuch von Christof Rohrbach [1].

## 3 Licht als elektromagnetische Welle

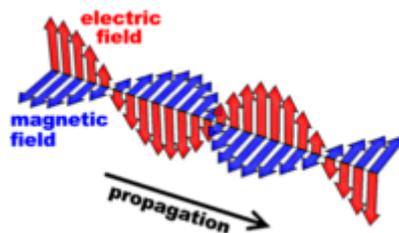


Abb. 1: Electromagnetic wave consisting of an electric and a magnetic field at the same time. Both are perpendicular to each other and to the wave propagation direction (from [www.monos.leidenuniv.nl](http://www.monos.leidenuniv.nl)).

Light can be described as an electromagnetic wave of same nature but different frequencies than radio, infrared, ultraviolet, x-ray, and gamma waves.

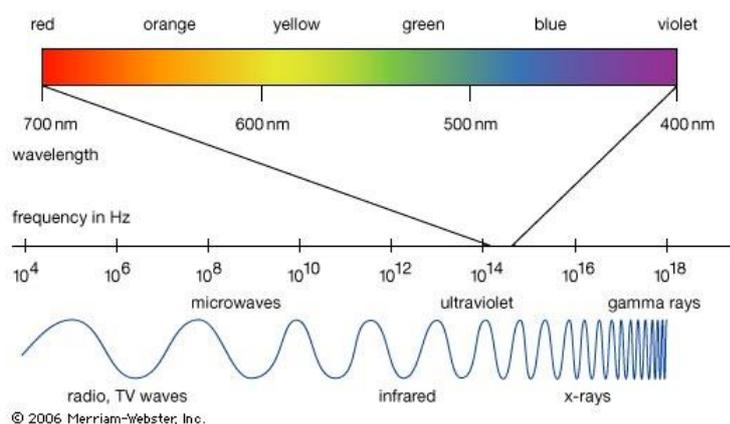


Abb. 2: Spectrum of electromagnetic waves (from student.britannica.com).

## 4 Polychromatisches und monochromatisches Licht

**Polychromatisches** Licht setzt sich aus Licht mehrerer Wellenlängen (Frequenzen, Farben) zusammen. Der sichtbare Bereich des weißen Tageslichts z.B. besteht aus einem nahezu kontinuierlichen Spektrum von violetter bis rotem Licht (Wellenlängen  $\lambda = 380$  bis  $780$  nm).

**Monochromatisches** Licht (Quecksilber-, Natriumdampflampen oder Laser) besteht aus Licht einer einzigen Wellenlänge oder zumindest aus einem sehr schmalen Wellenlängenbereich. Es ist farbig.

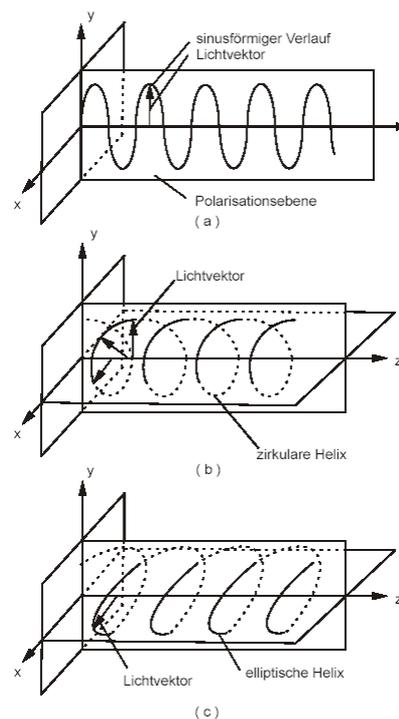
## 5 Linear und zirkular polarisiertes Licht

Das Phänomen, welches der Spannungsoptik zugrunde liegt, lässt sich durch die Beschreibung des Lichts als Welle erklären. Licht ist eine elektromagnetische Transversalwelle, der Vektor der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  schwingt senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Lichts. Damit müssen bei Transversalwellen zwei wichtige Richtungen unterschieden werden: die Ausbreitungs- und die Polarisationsrichtung, die zusammen die Schwingungsebene aufspannen. Natürliches Licht besteht aus vielen (polarisierten) Wellenzügen ohne bevorzugte Schwingungsebene. Es ist daher (im Mittel) **unpolarisiert**. Durch Einsatz eines Polarisationsfilters (Polarisator) kann man **linear polarisiertes** Licht erzeugen (siehe Abb. 3). Es werden nur die Komponenten der Lichtwellen in Polarisationsrichtung hindurch gelassen. Lässt man nun linear polarisiertes Licht durch einen zweiten Polarisationsfilter (Analysator) hindurchtreten, so kann man folgende Gesetzmäßigkeiten feststellen: Sind die Polarisationsrichtungen von Polarisator und Analysator parallel zueinander ausgerichtet, so tritt das Licht nahezu ungeschwächt hindurch (Hellfeldanordnung). Stehen die beiden Richtungen der Polarisationsfilter senkrecht zueinander, so wird das Licht maximal geschwächt (Dunkelfeldanordnung).

Von **zirkular polarisiertem** Licht spricht man, wenn die Amplitude des Vektors der elektrischen Feldstärke konstant ist, der Vektor jedoch senkrecht zur Ausbreitungsrichtung umläuft (Schraubenlinie in Abb. 3).

Zirkular polarisiertes Licht kann man durch Überlagerung von zwei senkrecht zueinander linear polarisierten Lichtwellen von gleicher Amplitude aber einem Phasenunterschied von  $\pi/2$  (bzw. einer viertel Wellenlänge  $\lambda/4$ ) erzeugen. Dies gelingt wenn man monochromatisches, linear polarisiertes Licht durch eine so genannte  **$\lambda/4$ -Platte** (Viertelwellenlängen-Platte) schickt, deren Hauptrichtung um  $45^\circ$  gegenüber der Polarisationsrichtung gedreht ist. Beim Eintritt in die  $\lambda/4$ -Platte kann der Feldstärke-Vektor in zwei Komponenten, parallel und senkrecht zur Hauptrichtung der  $\lambda/4$ -Platte, zerlegt werden. Die beiden Teilwellen erfahren in der optisch anisotropen (vgl. Abschnitt 6) Platte die gewünschte Phasenverschiebung von  $\pi/2$  (bzw.  $\lambda/4$ ) zueinander und überlagern sich dadurch beim Austritt zu einer zirkular polarisierten Welle.

Linear und zirkular polarisiertes Licht sind Sonderfälle des elliptisch polarisierten Lichts bei dem der Vektor der elektrischen Feldstärke sowohl seine Richtung als auch seine Amplitude ändert (siehe Abb. 3).



**Abb. 3:** Wellenzug bei (a) linear, (b) zirkular und (c) elliptisch polarisiertem Licht (aus [2]).

## 6 Spannungsdoppelbrechung

### 6.1 Brechung

In unterschiedlichen optischen Medien ist die Lichtausbreitungsgeschwindigkeit (Phasen-, Gruppen- oder Wellengeschwindigkeit) unterschiedlich groß. Die größte Geschwindigkeit wird in Vakuum (Lichtgeschwindigkeit  $c \approx 3 \cdot 10^8$  m/s, Brechungszahl  $n = 1$ ) erreicht. Alle anderen Medien sind optisch dichter, besitzen eine größere Brechungszahl  $n_i > 1$  und damit eine geringere Lichtausbreitungsgeschwindigkeit  $v_i$ . Die Frequenz  $f$  des Lichts bleibt konstant, die Wellenlänge  $\lambda_i$  vergrößert sich also gegenüber der Wellenlänge  $\lambda_c$  im Vakuum entsprechend. Es gilt:

$$n_i = \frac{c}{v_i} = \frac{\lambda_c}{\lambda_i}$$

### 6.2 Doppelbrechung

Bei einem **optisch isotropen** Medium ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit richtungsunabhängig. Bestimmte Materialien jedoch besitzen eine **optische Anisotropie** (z.B. Kristalle wie Kalkspat). Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt von der Polarisationsrichtung der Lichtwelle ab. Die Brechungszahl ist nicht mehr konstant, man beobachtet den Effekt der **Doppelbrechung**.

### 6.3 Spannungsdoppelbrechung

Manche Werkstoffe wie z.B. Araldit (Epoxydharz), Plexiglas (PMMA) oder Makrolan zeigen den Effekt der **Spannungsdoppelbrechung**. Im unbelasteten Zustand sind sie optisch isotrop, bei Beanspruchung jedoch werden sie optisch anisotrop. Die Richtungen der optischen Anisotropie fallen in die Hauptspannungsrichtungen. Lichtwellen mit einer Polarisation in Richtung einer Zugspannung haben eine größere, in Richtung einer Druckspannung eine geringere Ausbreitungsgeschwindigkeit als im unbelasteten Medium. Diesen Effekt nutzt man in der Spannungsoptik aus. Dabei sollte das zu untersuchende Objekt aus einer Platte konstanter Dicke  $d$  gefertigt sein und einem ebenen Spannungszustand ausgesetzt werden damit die Ergebnisse leichter ausdeuten werden können.

## 7 Linearpolariskop, Dunkelfeldanordnung, monochromatisches Licht

Ein Modell aus einer ebenen Platte spannungs-doppelbrechenden Materials wird zwischen Polarisator und Analysator gebracht und einem ebenen Spannungszustand belastet (Abb. 4). Die Polarisationsrichtungen von Polarisator und Analysator stehen senkrecht zueinander (Dunkelfeldanordnung).

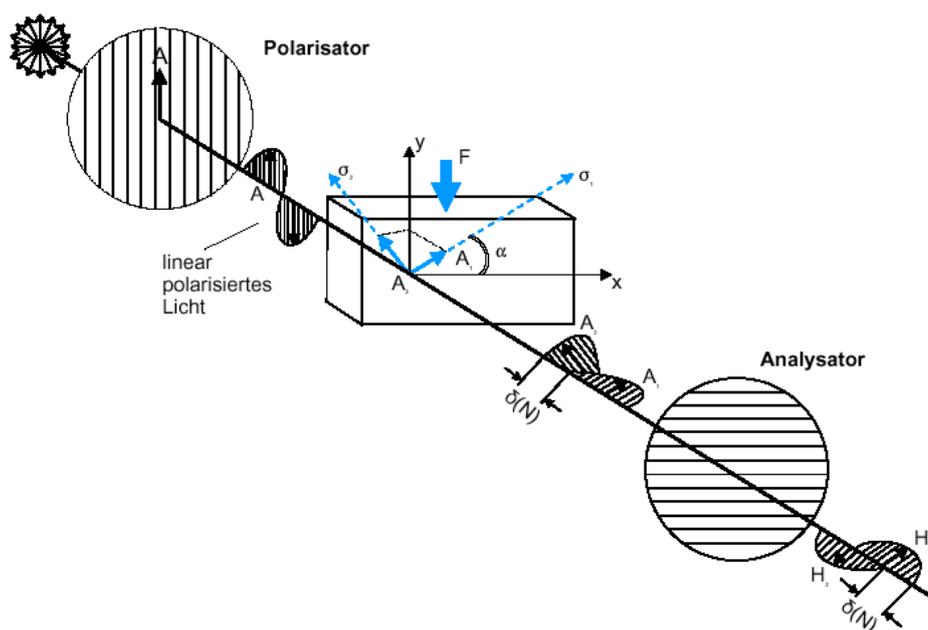


Abb. 4: Versuchsaufbau Linearpolariskop (aus [3]).

Der Aufbau wird mit monochromatischem Licht durchstrahlt. Auf das Modell trifft also linear polarisiertes Licht einer Wellenlänge. Die Amplitude  $A$  des Feldstärkevektors kann nun in zwei senkrecht zueinander stehende Komponenten ( $A_1$  und  $A_2$ ) in Richtung der beiden Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  zerlegt werden. Durch die unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeit treten die beiden Teilwellen mit einer Phasenverschiebung zueinander wieder aus dem Medium aus. Die Größe der Phasenverschiebung  $\Delta x$  hängt von der Hauptspannungsdifferenz ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) ab. Es gilt die **Spannungsoptische Grundgleichung**:

$$m = \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{d}{S^\sigma} (\sigma_1 - \sigma_2)$$

$m$	Isochromatenordnung
$\Delta x$	Phasenverschiebung
$\lambda$	Wellenlänge des verwendeten Lichts (in Luft)
$d$	Dicke der Modellplatte
$S^\sigma$	Spannungsoptischer Einheitskoeffizient

Der Analysator lässt von diesen Teilwellen nur die Komponenten in Polarisationsrichtung ( $H_1$  und  $H_2$ ) durch (Abb. 4). Es gilt nun dass diese beiden Komponenten stets gleich groß und entgegengesetzt sind ( $H_1 = H_2$ ). Diese beiden Komponenten heben sich gerade auf, wenn die Phasenverschiebung Null oder ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge beträgt ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ). Diese Stellen erscheinen auf der Probe als dunkle Linien, so genannten **Isochromaten** (Farbgleiche). Durch Abzählen der Isochromatenordnung kann man auf die absolute Hauptspannungsdifferenz schließen.

Zusätzlich erscheinen auf der Probe alle die Stellen dunkel, die keine Spannungsdoppelbrechung erfahren, das sind neben den Isochromaten nullter Ordnung ( $m = 0$ ) alle die Stellen an denen die Polarisationsrichtung des einfallenden Lichts auf eine der Hauptspannungsrichtungen fällt. Diese Linien heißen **Isoklinien** (Richtungsgleiche). Mit ihrer Hilfe kann man auf die Hauptspannungsrichtungen in der Probe schließen.

## 8 Linearpolariskop, Dunkelfeldanordnung, polychromatisches Licht

Wird das oben beschriebene Linearpolariskop mit polychromatischem (weißem) Licht betrieben, dann treten die Auslöschungseffekte für jede Wellenlänge an anderen Stellen der Probe auf. An der Stelle einer Auslöschung einer Farbe erscheint die Komplementärfarbe. Die **Isoklinien** erscheinen nun als Streifen einer Farbe (deshalb heißen sie so). Die Isochromate nullter Ordnung und die Isoklinien erscheinen unverändert als dunkle Streifen.

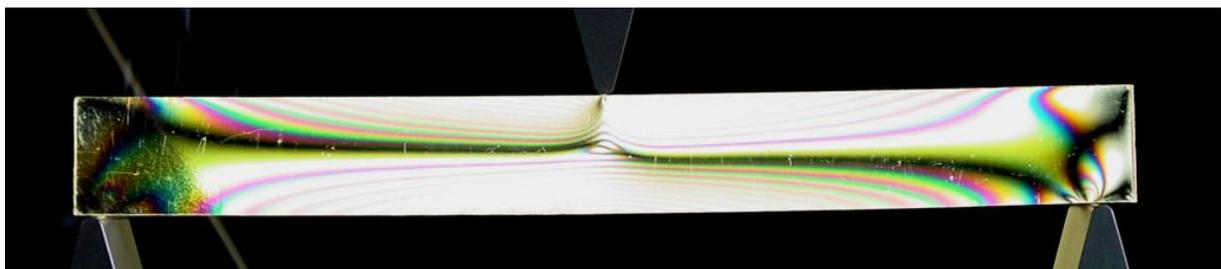


Abb. 5: 3-point bending in a linear polariscope: isocromes and the 30° isocline (black).

## 9 Zirkularpolariskop, Dunkelfeldanordnung, polychromatisches Licht

Fügt man vor und nach dem Modell jeweils eine  $\lambda/4$ -Platte ein, so erhält man ein **Zirkularpolariskop** (vgl. Abb. 6). Die erste  $\lambda/4$ -Platte wird mit ihrer Haupttrichtung um  $45^\circ$  gegenüber der Polarisationsrichtung des Polarisators gedreht angeordnet. So erhält man zirkular polarisiertes Licht (vgl. Abschnitt 5). Streng genommen ist die  $\lambda/4$ -Platte nur für eine bestimmte Wellenlänge ausgelegt, der Versuch müsste dann mit monochromatischem Licht betrieben werden. Die  $\lambda/4$ -Platte arbeitet aber für den gesamten, letztlich doch kleinen sichtbaren Spektralbereich des Lichts mit brauchbarer Qualität, man kann weißes Licht verwenden.

Das zirkular polarisierte Licht, das man sich immer auch als zwei zueinander senkrecht stehende (linear polarisierte) Teilwellen gleicher Wellenlänge und Amplitude mit der Phasenverschiebung von  $\lambda/4$  vorstellen kann, trifft auf die zweite  $\lambda/4$ -Platte. Diese, um  $90^\circ$  gegenüber der ersten  $\lambda/4$ -Platte gedreht, bewirkt, dass die Phasenverschiebung zwischen den Teilwellen wieder aufgehoben wird. Wir erhalten linear polarisiertes Licht, das bei einer Dunkelfeldanordnung nicht durch den anschließenden Analysator treten kann.

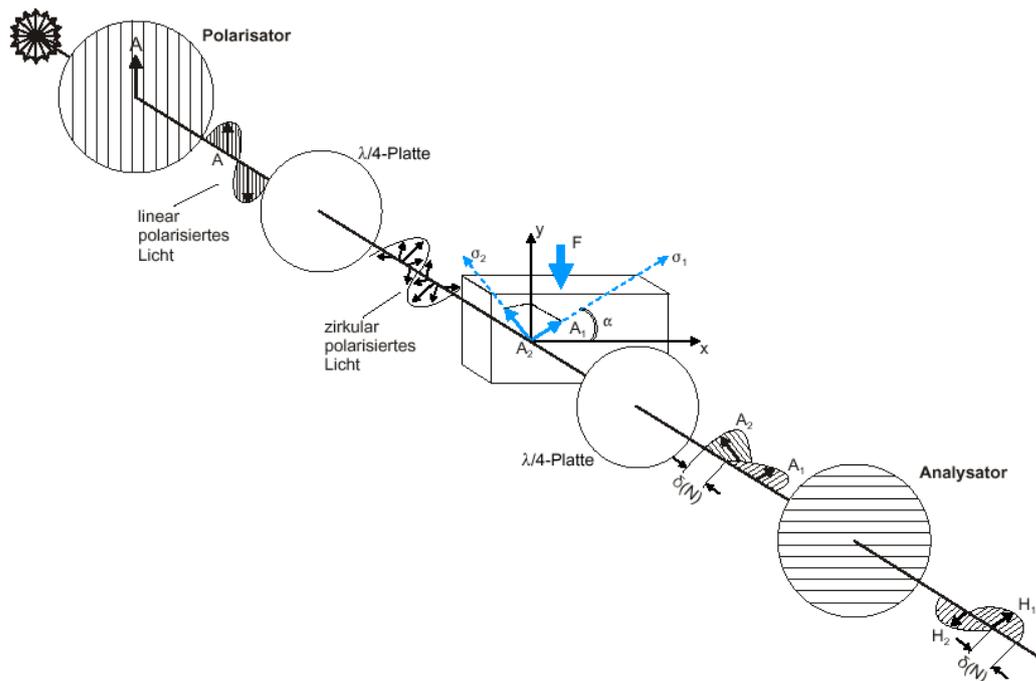


Abb. 6: Versuchsaufbau Zirkularpolariskop (aus [3]).

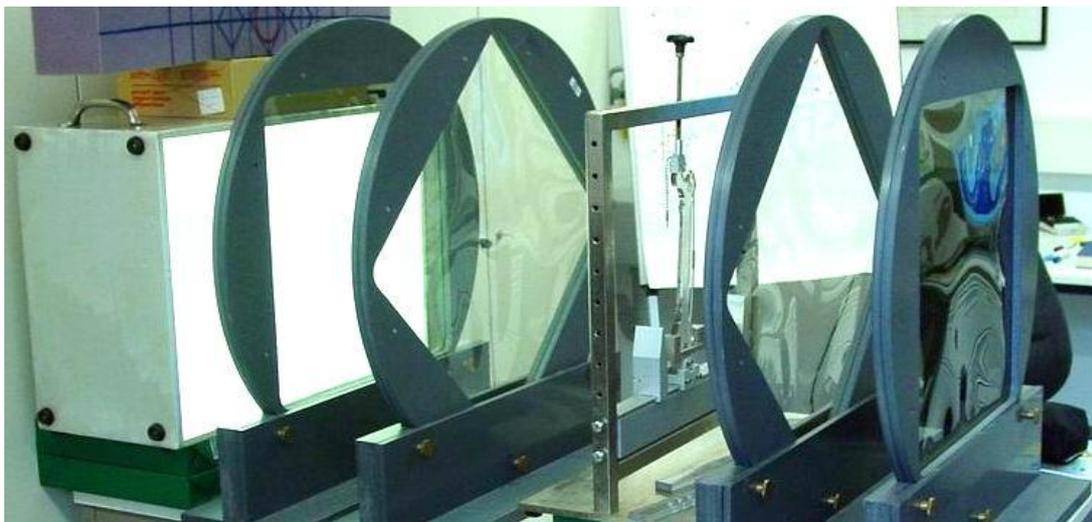


Abb. 7: Experimental set up of the circular polariscope used in this lab. From left to right: light source (polychromatic), polarizing filter,  $\lambda/4$ -Plate, loaded object (femur model, Araldite),  $\lambda/4$ -Plate, analyzing filter,

Bringt man nun eine belastet spannungsoptische Probe zwischen die  $\lambda/4$ -Platten so treten die gleichen Effekte wie im Linearpolariskop auf. Man beobachtet **Isochromaten** als farbige Streifen. Da jedoch das zirkular polarisierte Licht nicht mehr rein in die Richtung einer

Hauptspannung fallen kann, treten **keine Isoklinien** auf. Ein solches Bild kann bezüglich der Isochromaten besser ausgewertet werden (vgl. Abb. 9).

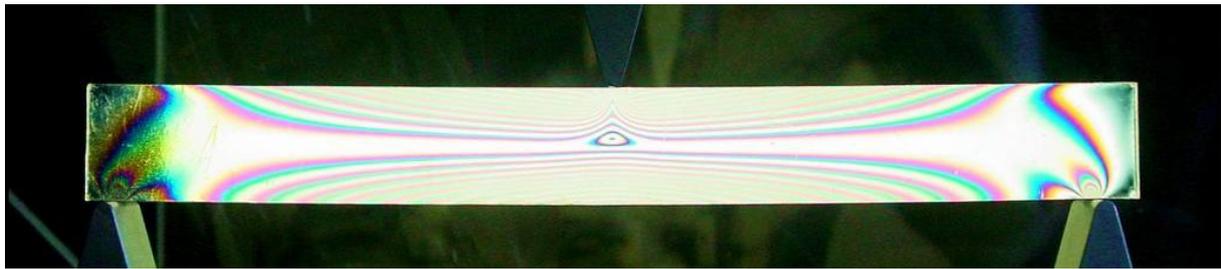


Abb. 8: 3-point bending in a circular polariscope: isochromes, free of isoclines.

## 10 Dreidimensionale Spannungsanalyse

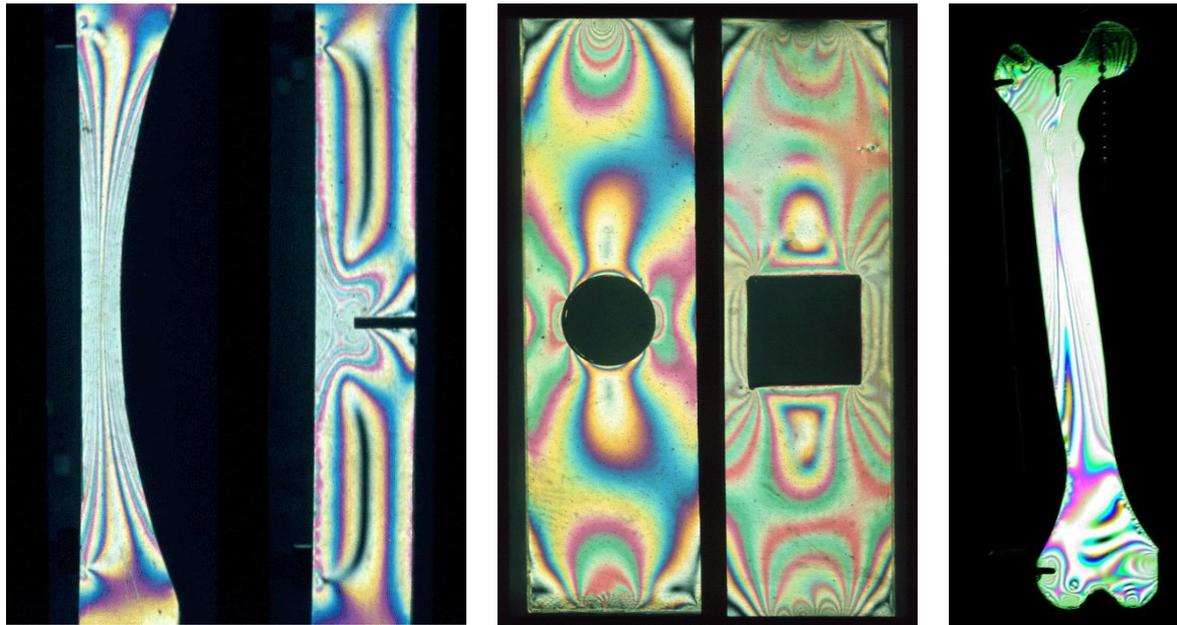
Um räumliche Probleme zu beschreiben, gibt es zwei Verfahren. Bei dem ersten handelt es sich um das Einfrierverfahren. Das dreidimensionale Bauteil wird aus Epoxydharz nachgebaut, entsprechend belastet und dabei langsam erwärmt. Das Epoxydharz wird "weich" und verformt sich entsprechend der Belastung. Danach erfolgt ebenso schrittweise eine Abkühlung, bei der sich das Modell verfestigt. Der Spannungszustand ist nun "eingefroren". Das Bauteil kann dann in ebene Scheiben zerschnitten werden, die dann analysiert werden können.

Ein zweites Verfahren stellt das Oberflächenschichtverfahren mit Reflexionspolariskopen (vgl. Abb. 13) dar. Das Bauteil wird erst mit einer reflektierenden, dann mit einer spannungsoptisch aktiven Schicht aus Kunststoff überzogen. Die Oberflächendehnung des Bauteils wird auf die spannungsoptische Schicht übertragen und erzeugt einen annähernd ebenen Spannungszustand in der Schicht.

## 11 Beispiele mit medizinischer Relevanz:

Isochromatenbilder können schon ohne quantitative Auswertung wichtige Hinweise zur Spannungsverteilung liefern. Ein ungleichförmiges Muster deutet auf einen ungünstigen Kraftfluss hin. Stellen mit hoher Liniendichte deuten auf große Spannungsgradienten hin.

Der ungünstigen Kraftfluss in einem gekerbten Bauteil wird durch den Vergleich zu einem Bauteil mit sanfter Querschnittsänderung (Abb. 9) deutlich. Auch ein Loch mit scharfen Kanten führt zu größeren Liniendichten (Spannungsgradienten) in einem belasteten Bauteil als ein rundes Loch (Abb. 10). Bei der Entnahme von spongiösem Knochen z.B. aus dem proximalen Femur sollte kein Meißel verwendet werden, da dies zu einer scharfkantigen, rechteckigen Aussparung führen würde. Stattdessen – mittlerweile Stand der Technik – sollte ein Hohlfräser benutzt werden, der eine kreisrunde Aussparung hinterlässt.



**Abb. 9: Isoklinienfreie Isochromatenbilder im Zirkularpolariscope mit polychromatischem Licht. Einfluss verschiedener Kerbformen.**

**Abb. 10: Einfluss verschiedener Lochformen auf das Isochromatenbild.**

**Abb. 11: Tensile (left) and compressive (right) side of an eccentrically loaded femur model.**

Auch bei einer Winkelplatte haben scharfe Kanten einen ungünstigen Einfluss auf die Spannungsverteilung (Abb. 12). Deutlich erkennbar, ist die rechte geschwungene Ausführung mit dem größeren Radius überlegen.

Abb. 13 schließlich zeigt einen Femurkopf (rechts) mit und (links) ohne künstlichen Gelenkflächenersatz (Wagner-Cup). Der in diesem Versuch verwendete humane Femur ist in einer Ebene angeschnitten, mit einer Schicht Silber versehen und abschließend mit einem spannungsoptisch aktivem Material beschichtet worden. Wird beim Implantieren einer Wagner-Cup eine scharfe Fräskante erzeugt, kann die experimentell bestätigte Spannungskonzentration zur Fraktur des Schenkelhalses führen.

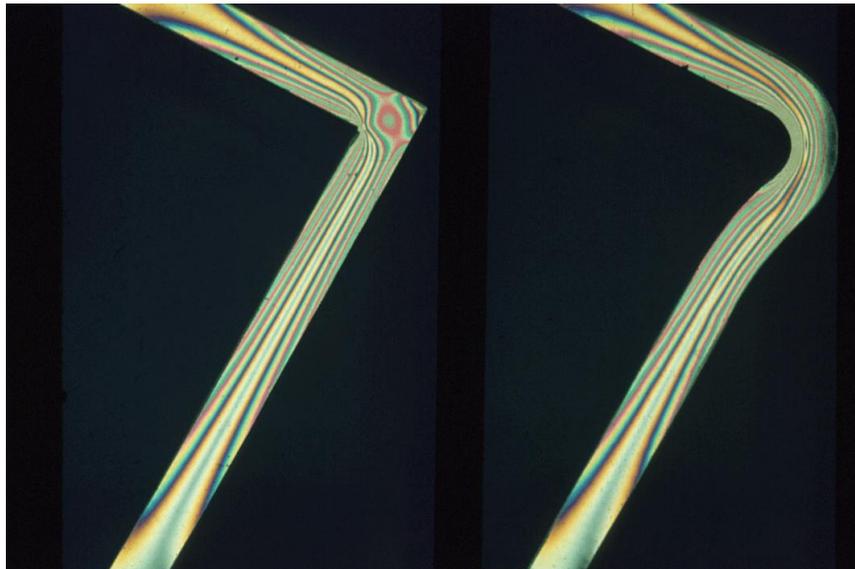


Abb. 12: Isochromatenbilder. Einfluss des Radius auf den Kraftfluss in einer auf Biegung beanspruchten Winkelplatte.



Abb. 13: Isochromatenbilder des Oberflächenschichtverfahrens an einem belasteten Hüftkopf mit und ohne künstlichem Gelenkersatz.

## 12 Comparison to the Finite Element Method

Using the general FE software package ANSYS Workbench we are setting up and analyzing a 3-point beam bending model in order to compare the optical findings (Abb.) with numerical results.

The important steps are as follows:

- Preprocessor (setting up the model)
  - Geometry
  - FE mesh
  - Material properties
  - Load and boundary conditions

- Processor (solution)
- Postprocessor (results)

The FE analysis shows increasing tensile stresses to the bottom (outer side of the beam curvature) and compressive stresses to the top of the beam (inner curve side). In addition the stress amount decreases with the distance to the beam midsection. The results are consistent to the optical findings (Abb.).

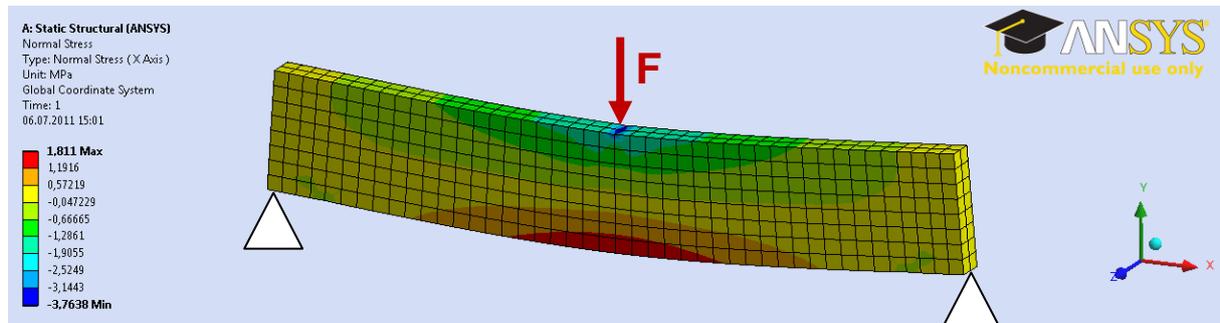


Abb. 14: Result of the FE analysis: Normal stresses in direction of the beam long axis. Tensile stresses (bottom, red) and compressive stresses (top, blue).

## 13 Literatur

1. Rohrbach, C., *Handbuch für experimentelle Spannungsanalyse*. 1989: Springer, Berlin.
2. Roos, E., *Skriptum zum Hauptfachpraktikum "Experimentelle Spannungsanalyse mit Dehnungsmessstreifen und Spannungsoptik"*. Institut für Materialprüfung, Werkstoffkunde und Festigkeitslehre, Universität Stuttgart.
3. Totzauer, *Skriptum zur Vorlesung physikalische Messtechnik*. Skriptenreihe des Institutes für Physikalische Technik-Technische Mechanik, Hochschule Mittweida (FH). <http://www.htwm.de/lmt/index.htm>.

14 Bilder vom Poster aus dem Sommerkurs

