Übung 4: Radpendel

Teil I: Linearisierung von Differentialgleichungen

Allgemeine Form, Beispiel.

Teil II: Wiederholung, Tipps

Winkel, Koordinaten, Freischneiden, Gleichgewicht.

Teil III: Radpendel

An einer senkrechten Wand rollt ein Rad (Radius r , Masse m_1 und Massenmoment J_S um den Schwerpunkt S). Gehalten wird es dabei von einem Seil, das vom Schwerpunkt S des Rades reibungsfrei über eine sehr kleine Rolle bei A zu einer angehängten Masse m_2 geführt wird.

Gegeben:

$$a, r, m_1, m_2, J_S = \frac{1}{2} m_1 r^2$$

Aufgaben:

- Stelle die Bewegungsdifferentialgleichung des Systems für die Koordinate $x(t)$ auf. Benutze dazu das „Lösungsrezept für dynamische Gleichgewichte“, Skript Seite 21, Schritt 2-4. Es kann sich lohnen, einige Hilfsvariablen zusätzlich zu x einzuführen, siehe auch im Skript „Beispiel zum Lösungsrezept“.
- Berechne die statische Ruhelage x_{stat} des Rades. Wie groß muss m_2 sein, damit ein statisches Gleichgewicht möglich ist?
- Linearisiere die Bewegungsgleichung um die statische Ruhelage.
- Wie gibt man die Eigenfrequenz bei Federschwingungen an, die mit der Differentialgleichung $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$ beschrieben werden? Wie bestimmt man nun wohl in unserem Fall die Eigenfrequenz ω_0 für kleine Schwingungen um die statische Ruhelage?
- Löse sowohl die nichtlineare als auch die linearisierte Differentialgleichungen mit Hilfe von Matlab. Schreibe dazu beide Differentialgleichungen in Systeme erster Ordnung um. Auf der Homepage befindet sich wieder ein Programmrumpf. Verwende zunächst die Startwerte $x(0) = x_{stat}$ und $\dot{x}(0) = 0,1$. Teste dann auch andere Startwerte.