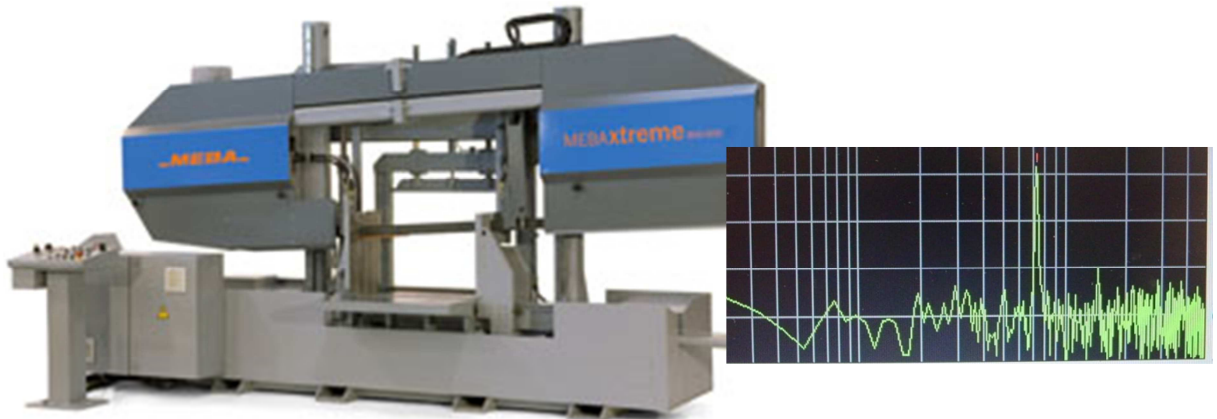


Übung 9: Selbsterregte Schwingung und ein schwäbischer Tüftler

Teil I: Selbsterregte Schwingungen

1. Einführung Selbsterregte Schwingungen
2. Beispiele:
 - Quietschende Kreide
 - Schwingungen von Geigensaiten
 - Kreischende Bandsäge (siehe auch: UZWR Projekt P30,50)



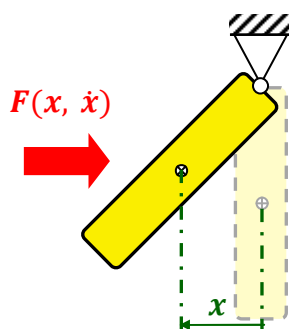
- Rotorbewegungen im Fanglager (Dissertation Ulrich Simon, siehe UZWR Homepage)
- Winderregte Schwingungen
- Tacoma Narrows Bridge

Teil II: Der schwäbische Tüftler und die Tacoma-Narrows-Brücke

Der schwäbische Tüftler Ulrich Bierle kommt zum UZWR mit folgendem Problem: Herr Bierle hat ein Pendel gebaut, dass er gerne dauerhaft am Schwingen halten würde, das jedoch durch schlechte Lagerung stark gedämpft ist. Dabei hat sich Herr Bierle von der Katastrophe der Tacoma-Narrows-Brücke inspirieren lassen und beschlossen, das Pendel über Windstöße am Schwingen zu halten. Durch eine Düse, die neben dem Pendel befestigt ist, lässt sich ein starker konstanter Luftstrom in Pendelrichtung ausstoßen. Eine Steuerung, die Position und Geschwindigkeit des Pendels misst, ermöglicht über ein vorgelagertes Ventil das ein- und auszuschalten der Düse in Abhängigkeit des Pendelzustands. Das Ziel ist, dass das Pendel in jedem Durchlauf wieder die Startposition erreicht und diese nicht überschreitet.

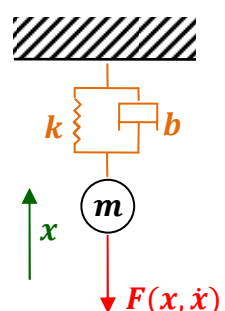
Nun will Herr Bierle vom UZWR wissen:

- Wie muss die Steuerung aussehen, das heißt wann wird das Ventil geöffnet?
- Welche Kraft muss dann das Ventil auf das Pendel ausüben?



Ulrich Bierles Namensvetter, Ulrich Simon, stellt für theoretische Überlegungen zuerst folgendes Ersatzmodell mit vereinfachten Parametern auf: Wir betrachten

- eine Feder mit Federsteifigkeit $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$,
- mit Dämpfungsparameter $b = 25 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$,
- mit Punktmasse $m = 100 \text{ kg}$
- und unbekannter externer Kraft $F(x, \dot{x})$.



Das System wird mit einer Anfangsauslenkung von $x(0) = x_0 = 1$ m und Anfangsgeschwindigkeit $\dot{x}(0) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gestartet.

- Stelle die dem System zugrundeliegende Differentialgleichung durch Freischneiden auf.
- Implementiere das System mit Simulink. Ein Rumpf zum Download steht auf der Homepage. Teste verschiedene Möglichkeiten für die Funktion

$$F(x, \dot{x}) = \begin{cases} \hat{F} = \text{const}, & \text{für bestimmte Werte von } x, \dot{x} \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases}$$

und versuche zu erreichen, dass $x = 1$ erreicht aber nicht überstiegen wird. (Dagegen ist ein Ausschlag $x < -1$ erlaubt). Stelle dazu insbesondere folgende Überlegungen auf:

- Wann muss die Düse aktiviert werden?
- Welches Vorzeichen hat $\hat{F}$?

Wir wollen nun analytisch den Wert von $\hat{F}$ berechnen. Dazu nehmen wir an, dass das Ventil der Düse geöffnet ist solange sich das Pendel von der Düse wegbewegt, also für $\dot{x} < 0$. Wir betrachten einige Zwischenschritte:

Im Fall der Bewegung des Pendel von der Düse weg haben wir nun eine homogene DGL, d.h. $F(x) = 0$.

- Berechne die Eigenfrequenz ω der gedämpften Schwingung und den Abklingkoeffizienten δ . Siehe dazu im Skript auf Seite 25-26. Im Folgenden benutzen wir zur Vereinfachung die Näherung $\omega = \omega_0$.
- Wie weit müsste man die Feder entgegen der x -Richtung auslenken, also wie müsste man einen Startwert $x_{\text{tief}} < 0$ wählen, damit nach einer halben Schwingung der Hochpunkt $x_{\text{hoch}} = x_0 = 1$ erreicht wird. Benutze für deine Rechnung die analytische Lösung der Differentialgleichung.
- Bestimme die Energie, die in dieser halben Schwingung verloren gegangen ist.

Betrachten wir nun den Teil der DGL mit externem Krafteinfluss, also die Schwingung vom Hoch- zum Tiefpunkt. Hier haben wir eine inhomogene DGL mit Konstanter Kraft $F(x) = \hat{F}$.

- Bestimme die analytische Lösung der inhomogenen DGL (siehe auch Skript Seite 27) in Abhängigkeit von $\hat{F}$.
- Wie groß muss die Kraft $\hat{F}$ gewählt werden, damit der Tiefpunkt bei x_{tief} erreicht wird.
- Wie groß ist demnach die Gesamtenergie, die in jeder Periode von der Düse in das System gesteckt wird, bzw. die durch die Dämpfung aus dem System entwichen ist?
- Überprüfe deine Berechnungen aus Aufgabenteil g. mit Hilfe deines Simulink Modells.