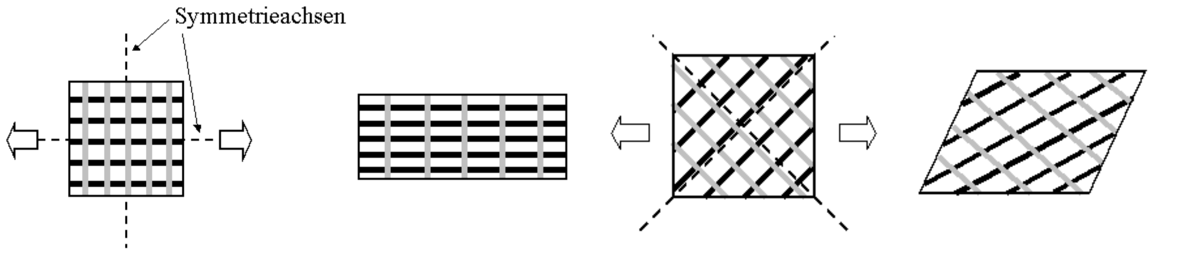
MMSM I — Übung 8
Orthotrope Werkstoffe

I. Etwas Theorie

- **Anisotrope Werkstoffe**:
  - grieschisch isos = gleich, grieschisch tropos = Drehung, Richtung
  - haben richtungsabhängige Elastizitätseigenschaften
- Spezialfall **Orthotrope Werkstoffe**
  - richtungsabhängige Elastizitätseigenschaften
  - besitzen jedoch keine Kopplung zwischen Dehnungen und Schubverzerrungen,
  - dies lässt sich an Nachgiebigkeitsmatrix (s.u.) erkennen, Schubspannungen führen nicht zu Dehnungen
  - lassen sich i.A. durch 9 Parameter beschreiben: $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}, \nu_{xy}, \nu_{xz}, \nu_{yz}$.
  - G bezeichnet dabei den Schubmodul (Gleitmodul, G-Modul, shear modulus) und beschreibt das Verhältnis zwischen Schubspannung τ und Schubwinkel α: $\tau = G \cdot \tan\alpha$
  - Bedeutung in der Konstruktion: Orthotrope Werkstoffe bieten den Vorteil der räumlich unterschiedlichen Elastizitätsmoduln ohne den Nachteil der Dehnungs-Schiebungs-Kopplung.
- **Nachgiebigkeitsmatrix:** Achtung: anders als bisher ist hier nicht $\underline{\sigma} = \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\varepsilon}$ sondern $\underline{\varepsilon} = \underline{\underline{E}}^{-1} \cdot \underline{\sigma}$ dargestellt:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & & & \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & & & \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_z} & -\frac{\nu_{yz}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{yz}} & & \\ & & & & \frac{1}{G_{xz}} & \\ & & & & & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$

- **Beispiel Holz**: Ein ebenes Brett ist entlang der Holzfasern steifer als senkrecht dazu. Dennoch macht es keine Schubverformung, wenn man in Faserrichtung oder quer dazu zieht.
- **Wichtig:** Ein orthotroper Werkstoff ist nur in seinen Symmetrieachsen orthotrop: Anschaulich: Dehnt man ein rechteckiges Stück Holz entlang der Faserrichtung, so bleibt es reckteckig $\Rightarrow$ orthotrop. Dehnt man ein rechteckiges Stück Holz jedoch außerhalb seiner Symmetrieachsen, so wird es zum Parallelogramm.



(a) Belastung eines orthotropen Werkstoffs in den Symmetrieachsen

(b) Belastung eines orthotropen Werkstoffs außerhalb der Symmetrieachsen

II. Problembeschreibung:

- Kragbalken wie bisher...
- Material: Holz
- Holz kann auch "transvers isotrop" mit nur 5 Parametern beschrieben werden:
  - $E_x = 10.000$ MPa, $E_y = E_z = 700$ MPa
  - $G_{xy} = G_{xz} = 500$ MPa, $G_{yz} = 330$ MPa
  - $\nu_{xy} = \nu_{xz} = 0.2$, $\nu_{yz} = func(E_y, G_{yz}) = 0.06$

III. Aufgabenstellung

Betrachte folgende Fälle:

(a) Holzbalken mit Faserrichtung in Balkenlängsrichtung,

(b) Holzbalken mit Faserrichtung quer zur Balkenlängsrichtung,

(c) und einen isotropen Balken

Gesucht sind dazu jeweils **Biegelinien** und **maximale Absenkungen** sowie **Spannungen** und **Dehnungen**.

Frage: Wie verlaufen Hauptspannungs- und Hauptdehnungs-Richtungen zueinander jeweils für

I. (a) vs. (c)

II. (b) vs. (c)